



OLIMPIADA NAȚIONALĂ DE MATEMATICĂ
Etapa locală, Neamț - 08.02.2025
Clasa a VII-a

Problema 1. Fie numerele $a, b \in \mathbb{R}$, unde

$$a = \sqrt{(\sqrt{3} - \sqrt{10}) \cdot \sqrt{3} - (\sqrt{3} - \sqrt{10}) \cdot \sqrt{10}} + \sqrt{(\sqrt{3} + \sqrt{10}) \cdot \sqrt{10} + (\sqrt{3} + \sqrt{10}) \cdot \sqrt{3}} \text{ și}$$

$$b = \left[\frac{2\sqrt{2}-5\sqrt{3}+7\sqrt{6}}{\sqrt{2}+\sqrt{3}} + 7 \cdot (2\sqrt{3} - 3\sqrt{2} - \sqrt{6}) \right] \cdot (-\sqrt{3610})^{-1}.$$

- a) Arătați că a^2 este număr natural.
b) Calculați media geometrică a numerelor a și b .

Problema 2.

- a) Să se arate că suma S este un număr natural, pătrat perfect, unde S :

$$S = \sqrt{1} + \sqrt{1+3} + \sqrt{1+3+5} + \sqrt{1+3+5+7} + \sqrt{1+3+5+7+9} + \sqrt{1+3+5+7+9+11} + \sqrt{1+3+5+7+9+11+13}.$$

- b) Fie $T = \sqrt{1} + \sqrt{1+3} + \sqrt{1+3+5} + \sqrt{1+3+5+7} + \dots + \sqrt{1+3+5+\dots+2025}$.

Arătați că T este un număr natural, dar nu este pătrat perfect.

Problema 3.

Se consideră dreptunghiul $ABCD$ și P un punct oarecare pe diagonala BD , $DP < PB$.

Pe semidreapta $(CP$ se ia un punct M astfel încât $PM = CP$ și se duc $ME \perp AD$, $E \in AD$ și $MF \perp AB$, $F \in AB$.

- a) Demonstrați că $AM \parallel BD$ și $EF \parallel AC$
b) Punctele E, F și P sunt coliniare.

Problema 4.

Triunghiul ABC este dreptunghic în A , iar M este mijlocul laturii BC .

Construim triunghiul AMD echilateral, cu B și D situate de o parte și de alta a dreptei AM .

Aflați măsura unghiului BDC .

Supliment Gazeta Matematică, nr.10/2024

Notă: Toate subiectele sunt obligatorii. Fiecare subiect se evaluează cu note de la 0 la 7.

Punctajul maxim este de 28 de puncte.

Timp de lucru: 3 ore.