

OLIMPIADA NAȚIONALĂ DE MATEMATICĂ
ETAPA LOCALĂ-31 ianuarie 2025
Clasa a V-a
BAREM DE EVALUARE ȘI NOTARE

- Pentru orice soluție corectă, chiar dacă este diferită de cea din barem, se acordă punctajul corespunzător.
- Nu se acordă fracțiuni de punct, dar se pot acorda punctaje intermediare pentru rezolvări parțiale, în limitele punctajului indicat în barem.

SUBIECTUL 1

Comparați numerele $a = 3^{2025} : 27$ și $b = 2^{2025} \cdot (2^{505} : 2)^2$.

Barem:

$$a = 3^{2025} : 3^3 = 3^{2022} = (3^2)^{1011} = 9^{1011} \dots\dots\dots 3p$$

$$b = 2^{2025} \cdot (2^{504})^2 = 2^{2025} \cdot 2^{1008} = 2^{3033} = (2^3)^{1011} = 8^{1011} \dots\dots\dots 3p$$

Deci, $a > b$1p

SUBIECTUL 2

Determinați numerele naturale de forma \overline{abcd} , știind că \overline{ab} împărțit la \overline{cd} dă restul 31, iar \overline{cd} împărțit la \overline{ab} dă restul 2.

Gazeta Matematică nr.9/2024

BAREM:

	Punctaj
Din datele problemei, conform TÎR avem: $\overline{ab} = \overline{cd} \cdot q + 31$ și $\overline{cd} = \overline{ab} \cdot p + 2$. Dacă $\overline{ab} > \overline{cd}$ atunci câtul împărțirii lui \overline{cd} la \overline{ab} este 0. Deci, $\overline{cd} = 2$. Fals.	2p
Dacă $\overline{ab} < \overline{cd}$ și cum $\overline{ab} = \overline{cd} \cdot q + 31$, rezultă că $q=0 \Rightarrow \overline{ab} = 31$	2p
Cum $\overline{cd} = \overline{ab} \cdot p + 2$ vom avea $\overline{cd} = 33, \overline{cd} = 64$ și $\overline{cd} = 95$	2p
Deci, \overline{abcd} poate fi: 3133, 3164, 3195	1p

SUBIECTUL 3

Aflați trei numere naturale nenule, știind că au suma egală cu 187 și că, împărțindu-l pe primul la al doilea obținem câtul 2 și restul 3, iar împărțindu-l pe al doilea la al treilea se obține câtul 4 și restul 5.

Barem:

Fie x, y, z cele trei numere naturale nenule. Atunci

$x=2y+3$ și $y=4z+5$,1p
de unde rezultă că $x=8z+13$2p
Din $x+y+z=187$, rezultă că $8z+13+4z+5+z=187$,.....2p
Rezultă că $13z+18=187$1p
Deci, $z=13$, $y=57$ și $x=117$1p

SUBIECTUL 4.

Într-o școală numărul elevilor de clasa a V-a este cuprins între cel mai mic cub perfect de trei cifre și cel mai mic număr par de trei cifre identice. O cincime dintre acești elevi participă la un meci de fotbal, iar a noua parte din elevii claselor a V-a din această școală participă la un meci de baschet. Știind că în școală sunt un număr par de elevi de clasa a V-a să se determine acest număr.

BAREM:

Cel mai mic cub perfect de trei cifre este 125 și cel mai mic număr par de trei cifre identice este 222	1p
Dacă notăm cu n numărul elevilor de clasa a V-a din școala respectivă atunci: n se împarte exact la 5	1p
n se împarte exact la 9	1p
n este par	1p
Deci, $n = 5 \cdot 9 \cdot 2k = 45 \cdot 2k = 90k$, unde k este un număr natural	1p
Așadar, $125 < n < 222$ și $n = 90k$, unde k este un număr natural	1p
Vom avea $n = 180$	1p