

Concursul Național de Matematică Aplicată „Adolf Haimovici”**Etapa Locală****Maramureș – 8 februarie 2025****Clasa a X - a****Secțiunea H2****Filiera teoretică, profil real, specializarea științe ale naturii**

1. Demonstrați că pentru orice $x \geq -1$ are loc inegalitatea

$$\sum_{k=1}^{2026} \frac{\sqrt{x+k}}{x+k+1} < 1013.$$

2. Arătați că $|z_1 + z_2|^2 + |z_1 - z_2|^2 = 2(|z_1|^2 + |z_2|^2)$, $(\forall) z_1, z_2 \in \mathbb{C}$.

3. Fie funcția strict monotonă $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ cu proprietatea că

$$f(x + f(y)) = f(x + y) + 1, (\forall) x, y \in \mathbb{R}.$$

Determinați funcția f .

4. Rezolvați în \mathbb{R} sistemul de ecuații

$$\begin{cases} \log_2 x + \log_5 y = 2 \\ 2^y - 5^x = 7 \end{cases}$$

Notă:

Toate subiectele sunt obligatorii.

Fiecare problemă se notează de la 0 la 7 puncte.

Timp de lucru – 3 ore