



**OLIMPIADA NAȚIONALĂ DE MATEMATICĂ**  
**AN ȘCOLAR 2024 – 2025**  
**ETAPA LOCALĂ**  
**08.02.2025**

**CLASA a V – a**

**BAREM**

**Subiectul I**

Numărul  $n$  este format din numerele impare până la numărul 2025. Observăm că în componența sa sunt:

$(9 - 1) : 2 + 1 = 5$  numere impare de câte o cifră ..... 1 p

$(99 - 11) : 2 + 1 = 45$  numere impare de câte 2 cifre ..... 1 p

$50 = 5 + 2 \cdot 22 + 1$

A 50 - a cifră a numărului  $n$  este prima cifră a celui de-al 23-lea număr impar de 2 cifre, respectiv a numărului 55, deci a 50-a cifră a numărului  $n$  este 5..... 1 p

$(999 - 101) : 2 + 1 = 450$  numere impare de câte 3 cifre ..... 1 p

Până în acest moment avem  $1 \cdot 5 + 2 \cdot 45 + 3 \cdot 450 = 1445$  cifre. A 2025 – a cifră a numărului  $n$  va fi de la un număr impar de 4 cifre. Se vor mai folosi  $2025 - 1445 = 580$  cifre, până la a 2025 – a cifră. .... 1 p

$580 = 4 \cdot 145$ , deci a 2025 – a cifră va fi ultima cifră a celui de al 145-lea număr impar de 4 cifre, adică a numărului  $1001 + 2 \cdot 144 = 1289$ , care este 9. .... 1 p

Deci, a 50 – a cifră a numărului  $n$  este diferită de a 2025 - a cifră a numărului  $n$ ..... 1 p

**Subiectul II**

Cum  $a, b$  și  $c$  sunt cifre, avem  $a + b + c \leq 27$ ..... 1p

Descompunerile numărului 234 în care cel puțin un factor este de două cifre, sunt:

$234 = 13 \cdot 18 = 9 \cdot 26 = 6 \cdot 39 = 3 \cdot 78$ , de unde apar cazurile: ..... 1p

1)  $\overline{ac} = 18$  și  $a + b + c = 13 \Rightarrow a = 1, c = 8, b = 4$  .....1p

2)  $\overline{ac} = 26$  și  $a + b + c = 9 \Rightarrow a = 2, c = 6, b = 1$  .....1p



3)  $\overline{ac} = 13$  și  $a + b + c = 18 \Rightarrow a = 1, c = 3, b = 14$  – nu este cifră ..... 1p

4)  $\overline{ac} = 39$  și  $a + b + c = 6 \Rightarrow a = 3, c = 9, b$  nu există ..... 1p

5)  $\overline{ac} = 78$  și  $a + b + c = 3 \Rightarrow a = 7, c = 8, b$  nu există.

Deci numerele sunt 148 și 216. .... 1p

### Subiectul III

Notăm cu  $a, b, c$  sumele de bani pe care le au: Ana, Barbu și Cristi. Astfel avem:

$15 < a + b + c < 100$  ..... 1p

$a + b = 3c$  și  $b + c = 3a$  ..... 1p

Din scăderea ultimelor două relații se obține  $a - c = 3(c - a)$ , de unde rezultă

$a = c$  ..... 2p

Sumele de bani pe care le au cei trei copii Ana, Barbu și Cristi vor fi de forma:  $a, 2a, a$ , iar din condiția  $15 < a + b + c < 100 \Rightarrow 15 < 4a < 100$ , de unde ..... 1p

$4a = 16, 20, 24, \dots 96$ . Deci  $a = 4, 5, 6, \dots 24$  ..... 1p

Ținând cont că fiecare copil are cel puțin 5 lei, cele mai mici sume pe care le pot primi copiii sunt: 6 lei, 12 lei, 6 lei și cele mai mari sume sunt: 24 lei, 48 lei, 24 lei. .... 1p

### Subiectul IV

a)  $a = (3^2)^{2023} - 2 \cdot (3^5)^{809} + 24 \cdot (3^4)^{1011} =$  ..... 1 p

$3^{4046} - 2 \cdot 3^{4045} + 24 \cdot 3^{4044} = 3^{4044} \cdot (3^2 - 2 \cdot 3 + 24) =$  ..... 1 p

$3^{4044} \cdot 27 = 3^{4047} = (3^{1349})^3$  – cub perfect ..... 1 p

b)  $27^{1349} = (3^3)^{1349} = 3^{4047} =$  ..... 1 p

$3^{2022} \cdot (3^{2025} - 2) + 2 \cdot 3^{2022}$ , deci  $27^{1349} = (3^{2025} - 2) \cdot 3^{2022} + 2 \cdot 3^{2022}$

..... 1 p

Cum  $3^{2025} - 2 > 2 \cdot 3^{2022}$ , deoarece  $3^{2025} - 2 \cdot 3^{2022} > 2$ , adică  $3^{2022} \cdot 25 > 2$ ,

..... 1 p

câtul împărțirii numărului  $27^{1349}$  la  $3^{2025} - 2$  este  $3^{2022}$  și restul  $2 \cdot 3^{2022}$  ..... 1 p