MINISTERUL EDUCAȚIEI

INSPECTORATUL ȘCOLAR JUDEȚEAN VASLUI

**CONCURSUL NAŢIONAL DE MATEMATICĂ APLICATĂ „ADOLF HAIMOVICI”**
**Etapa locală 24.02.2024**
**Secțiunea $H_1$ (Tehnic, Servicii, Uman) - Clasa a IX-a**

**BAREM DE CORECTARE ȘI NOTARE**

**Problema 1**

a) Să se determine $x \in (0;\infty)$, astfel încât numerele $x+2, |2+2x|$ şi $1+4x$ să fie termeni consecutivi ai unei progresii geometrice.

b) Să se rezolve ecuația $|x+2|+|2x+4|=6$.

**Soluție:**

a. Deoarece $x>0$, avem $x+2>0, |2+2x|>0$ şi $1+4x>0$

$|2+2x|=\sqrt{(x+2)(1+4x)}$ ........................................................1p

$|2+2x|^2=(x+2)(1+4x)$ ........................................................1p

$4+8x+4x^2=2+9x+4x^2$ ........................................................1p

$x=2$ ........................................................1p

b.

$|x+2|+2|x+2|=6$

$|x+2|=2$ ........................................................1p

$x\in(-\infty;-2) \quad -x-2=2 \quad x=-4\in(-\infty;-2)$ ..............................1p

$x\in[2;\infty) \quad x+2=2 \quad x=0\in[2;\infty)$ ..............................1p

**Problema 2**

a) Să se demonstreze că $1^2+2^2+3^2+\dots+n^2=\frac{n(n+1)(2n+1)}{6}$, pentru orice $n\in\mathbb{N}^*$

b) Să se calculeze $= 6^2+7^2+\dots+50^2$ .

**Soluție:**

a) metoda inducției matematice (4p)

b) $S=(1^2+2^2+\dots 50^2)-(1^2+\dots+5^2)=\frac{50\cdot51\cdot101}{2}$ - $\frac{5\cdot6\cdot1}{2}=128760$ (3p)

**Problema 3**

Se dau punctele A(2 , 5), B(6 , 4), O(0, 0). Punctul I verifică relația $3\overrightarrow{IA}+5\overrightarrow{IB}=\vec{0}$

Arătați că $5\overrightarrow{OI} + 3\overrightarrow{AI} + 5\overrightarrow{BO} = \vec{0}$.

(Adaptare manual Matematică- clasa aIX-a)

**Soluție:**

Scrie vectorul $\overrightarrow{IA}$ și $\overrightarrow{IB}$ 2p
Determină coordonatele punctului I ( $\frac{36}{8}$ , $\frac{35}{8}$ ) din relația dată 2p
Scrie vectorii $\overrightarrow{OI}$, $\overrightarrow{AO}$, $\overrightarrow{BO}$ 1p
Verifica relatia . 2p

**Problema 4**

Fie paralelogramul $ABCD$ şi punctele $M \in (AB)$, $N \in (BC)$, $P \in (CD)$ şi $Q \in (AD)$ astfel încât $\overrightarrow{AM} = \frac{1}{4}\overrightarrow{AB}$, $\overrightarrow{BN} = \frac{1}{2}\overrightarrow{BC}$, $\overrightarrow{CP} = -\frac{1}{4}\overrightarrow{DC}$ şi $\overrightarrow{AQ} = \frac{1}{2}\overrightarrow{AD}$. Să se arte că $\overrightarrow{MN} + \overrightarrow{PQ} = \vec{0}$.

**Soluție:**

a. a) $\overrightarrow{MN} = \overrightarrow{MB} + \overrightarrow{BN} = \frac{3}{4}\overrightarrow{AB} + \frac{1}{2}\overrightarrow{BC}$ ……………………………….……..… ...2p

$\overrightarrow{PQ} = \overrightarrow{PD} + \overrightarrow{DQ} = \frac{3}{4}\overrightarrow{CD} + \frac{1}{2}\overrightarrow{DA}$ ………………………………………………2p

$ABCD$ este paralelogram, deci $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{DC}$ și $\overrightarrow{DA} = \overrightarrow{CB}$ ………………………..2p

$\overrightarrow{MN} + \overrightarrow{PQ} = 0$ ….……………………………………………………………1p