Olimpiada Națională de Matematică 2024
Etapa locală - Teleorman, 11 februarie 2024
Clasa a VII -a
Subiecte

Problema 1. (7p)

a) Fie A=$\left\{\frac{1}{1\cdot 2};\frac{1}{2\cdot 3};\ldots;\frac{1}{2024\cdot 2025}\right\}$.

Să se arate că pentru orice submulțime nevidă B inclusă în A, suma elementelor lui B nu este număr natural.

b)Arătați că există o pereche de numere naturale nenule (x, y) , astfel încât:

$\frac{1}{x}+\frac{1}{y}=\frac{1}{2024}$

Problema 2. (7p)

Fie $a=\sqrt{\frac{1}{2}\cdot\frac{2}{3}\cdot\frac{3}{4}\cdot\ldots\cdot\frac{64}{65}\cdot(2^{-1}+6^{-1}+12^{-1}+\cdots+4160^{-1})}$.

Încadrați numărul *a* intre doi întregi consecutivi.

Problema 3. (7p)

În triunghiul ABC dreptunghic, punctul D este mijlocul ipotenuzei BC. Segmentul BE este mediană în triunghiul ABD, E aparține lui AD și F este simetricul lui B față de E. BF intersectează latura AC în punctul P.

Să se arate că:

a) Patrulaterul ADCF este romb.

b) PB=2 PD.

Problema 4. (7p)

Se consideră trapezul *ABCD*, cu $AB \parallel CD,\ AB=b$ și $CD=3b,\ AC\cap BD=\{O\}$. Fie punctul M mijlocul diagonalei AC, P mijlocul diagonalei BD, R mijlocul segmentului [CP] și L mijlocul lui [MD].

a) Arătați că OBCR este trapez.

b) Demonstrați că punctele A, P, L sunt coliniare.

Notă: **Timp de lucru: 3 ore.**
Toate subiectele sunt obligatorii.
Nu se acordă puncte din oficiu.
Fiecare problemă este notată cu 7 puncte.

Str. Carpați nr.15, 140059, Alexandria
Tel: +40 (0)247 31 27 12
Fax: +40 (0)247 31 70 92
E-mail: isjteleo@yahoo.com isjteleo@isjtr.ro
Web site: www.isjtr.ro