Olimpiada Națională de Matematică 2024
Etapa locală - Teleorman, 11 februarie 2024
Clasa a VI -a
BAREM DE CORECTARE ȘI NOTARE

Problema 1. (7p)

a) **Sa se determine valoarea numărului x, dacă:**

$$\frac{4046}{2024 \cdot 2024 - 2024 - (2024-1)} = \frac{x}{2023 \cdot 1012}$$

b) **Determinați numerele naturale nenule a, b si c, știind că sunt direct proporționale cu numerele 4, 3, 12 si**

$$\frac{a}{bc} + \frac{b}{ca} + \frac{c}{ab} = \frac{169}{144}.$$

Soluție :

a) Calculul numitorului primului raport 2024.(2024-1) – (2024 – 1) =2023^2 ....1p
$\Rightarrow x = 2024$...1p

b) {a, b, c}$\sim \{4, 3, 12\} \Rightarrow \frac{a}{4} = \frac{b}{3} = \frac{c}{12} = k \Rightarrow a = 4k, b = 3k, c = 12k$......................1p

Înlocuiește în a doua relație$\Rightarrow \frac{4k}{36k^2} + \frac{3k}{48k^2} + \frac{12k}{12k^2} = \frac{169}{144} \Rightarrow$.......................................1p

$\frac{16k+9k+144k}{144k^2} = \frac{169}{144} \Leftrightarrow$..1p

$\frac{169k}{144k^2} = \frac{169}{144} \Rightarrow k = 1$..1p

Deci $a = 4, b = 3, c = 12$..1p.

Str. Carpați nr.15, 140059, Alexandria
Tel: +40 (0)247 31 27 12
Fax: +40 (0)247 31 70 92
E-mail: isjteleo@yahoo.com isjteleo@isjtr.ro
Web site: www.isjtr.ro

Olimpiada Națională de Matematică 2024
Etapa locală - Teleorman, 11 februarie 2024
Clasa a VI -a
BAREM DE CORECTARE ȘI NOTARE

Problema 2. (7p)

Se consideră numărul a = $\left(\mathbf{1}+\frac{1}{1+2}+\frac{1}{1+2+3}+\cdots+\frac{1}{1+2+3+\cdots+2024}\right)^{n}\cdot\frac{2025^{n}}{2^{n}}$ **.**

a)Arătați că $\boldsymbol{a}\in\mathbb{N}$**.**

b)Determinați $\boldsymbol{a}\in\mathbb{N}$**, știind că** $\frac{a}{8^{n}}$ **are 2025 divizori.**

Soluție:

$a)1+\frac{1}{1+2}+\frac{1}{1+2+3}+\cdots+\frac{1}{1+2+3+\cdots+2024}=\frac{2}{2}+\frac{2}{2\cdot3}+\frac{2}{3\cdot4}+\cdots+\frac{2}{2024\cdot2025}=\frac{2\cdot2024}{2025}$ 2p

Deci, a= $2024^{n}\in\mathbb{N}$...1p

$b)\ \frac{a}{8^{n}}=11^{n}\cdot23^{n}$ 1p

Deoarece $\frac{a}{8^{n}}$ are $(n+1)^2$ divizori...1p

$(n+1)^2=45^2$...1p

Obținem n = 44 ....1p

Str. Carpați nr.15, 140059, Alexandria
Tel: +40 (0)247 31 27 12
Fax: +40 (0)247 31 70 92
E-mail: isjteleo@yahoo.com isjteleo@isjtr.ro
Web site: www.isjtr.ro

Olimpiada Națională de Matematică 2024
Etapa locală - Teleorman, 11 februarie 2024
Clasa a VI -a
BAREM DE CORECTARE ȘI NOTARE

Problema 3 . (7p)

Fie $\sphericalangle AOB$, $\sphericalangle BOC$, $\sphericalangle COD$, $\sphericalangle DOE$, $\sphericalangle E0A$ unghiuri in jurul punctului O . Primele trei unghiuri sunt invers proportionale cu 6,3 si 2 iar ultimele 3 unghiuri sunt direct proportionale cu 2,4 si 8. Aflati masurile celor cinci unghiurilor.

Soluție:

Notând cu a, b, c, d și e măsurile celor 5 unghiuri avem $\frac{a}{\frac{1}{6}} = \frac{b}{\frac{1}{3}} = \frac{c}{\frac{1}{2}} \mid \cdot \frac{1}{12}$ => $\frac{a}{2} = \frac{b}{4} = \frac{c}{6} = k$ ...1p

Deci a=2k b=4k c=6k...1p

Si $\frac{c}{2} = \frac{d}{4} = \frac{e}{8}$..1p

Înlocuind pe c cu 6k în relația de mai sus obținem d=12k si e=24k...2p

Dar a+b+c+d+e=360° , rezulta k=7° 30'..1p

a=15°,b=30°,c=45°,d=90°,e=180°..1p

Str. Carpați nr.15, 140059, Alexandria
Tel: +40 (0)247 31 27 12
Fax: +40 (0)247 31 70 92
E-mail: isjteleo@yahoo.com isjteleo@isjtr.ro
Web site: www.isjtr.ro

Olimpiada Națională de Matematică 2024
Etapa locală - Teleorman, 11 februarie 2024
Clasa a VI -a
BAREM DE CORECTARE ȘI NOTARE

Problema 4. (7p)

Se consideră punctele A, O, B coliniare în această ordine. În același semiplan determinat de dreapta AB se duc semidreptele [OC și [OD astfel încât [OC este în interiorul unghiului <AOD, iar m(<COD)= 90°. Dacă [OE și [OF sunt bisectoarele unghiurilor <AOC, respectiv <BOD, să se afle măsura unghiului <EOF.

Soluție:

A, O, B puncte coliniare $\Rightarrow < AOB = 180°$..1p

$[OE$ bisectoarea $< AOC \Rightarrow < AOE \equiv < EOC \Rightarrow$

$m(< AOE) = m(< EOC) = x$..1p

$[OF$ bisectoarea $< BOD \Rightarrow < BOF \equiv < FOD \Rightarrow m(< BOF) = m(< FOD) = y$.............1p

$m(< AOB) = m(< AOC) + m(< COD) + m(< BOD) \Rightarrow$...........1p

$180° = 2x + 2y + 90° \Rightarrow$..1p

$90° = 2(x + y) : 2 \Rightarrow x + y = 45°$...1p

$m(< EOF) = x + 90° + y \Rightarrow m(< EOF) = 135°$................................1p

Str. Carpați nr.15, 140059, Alexandria
Tel: +40 (0)247 31 27 12
Fax: +40 (0)247 31 70 92
E-mail: isjteleo@yahoo.com isjteleo@isjtr.ro
Web site: www.isjtr.ro