Olimpiada Națională de Matematică 2024
Etapa locală - Teleorman, 11 februarie 2024
Clasa a VIII -a
Subiecte

Problema 1. (7p)

Să se determine numerele reale, a, b cu $a<b$ știind că intervalul (a,b) conține un singur număr întreg și $|b-a-2| = a^2 + b^2 - 4b + \frac{9}{2}$.

Problema 2. (7p)

Fie $E(x, y, z)= x^2+4y^2+9z^2+2x-12y-24z-1999$, $x, y, z \in R$.

a) Determinați valoarea minimă a expresiei $E(y)=4y^2-12y+2033$;

b) Determinați intervalele în care sunt situate numerele reale x, y, z știind că $E(x, y, z)=0$.

c) Arătați că valoarea maximă a expresiei $F(x, y, z)=x+y+z$, pentru valorile din intervalele obținute la punctul b), este situată în intervalul $(84;85)$.

(Prof. Preda Mircea, Școala Gimnazială ''Ștefan cel Mare''- Alexandria)

Problema 3. (7p)

Fie ABCD un tetraedru cu T și S mijloacele muchiilor AC și respectiv AD.

a) Dacă $AC \equiv AD$ și $BT \equiv SB$, demonstrați că $AB \perp CD$.

b) Fie E și F centrele de greutate ale triunghiurilor BTS, respectiv BCD. Arătați că punctele A, E și F nu pot fi coliniare.

Problema 4. (7p)

În cubul ABCDA'B'C'D' notăm cu M, N, P mijloacele muchiilor AB, B'C', respectiv DD'. Se dă AB = 10 cm.

a) Calculați aria triunghiului MNP.

b) Arătați că $D'B \perp AC$

c) Arătați că $(A'BC) \perp (B'AD)$.

Notă: **Timp de lucru: 3 ore.**
Toate subiectele sunt obligatorii.
Nu se acordă puncte din oficiu.
Fiecare problemă este notată cu 7 puncte.

Str. Carpați nr.15, 140059, Alexandria
Tel: +40 (0)247 31 27 12
Fax: +40 (0)247 31 70 92
E-mail: isjteleo@yahoo.com isjteleo@isjtr.ro
Web site: www.isjtr.ro