

OLIMPIADA NAȚIONALĂ DE MATEMATICĂ
ETAPA LOCALĂ
SUCEAVA, 17 februarie 2024

CLASA a IX-a

- 1. (7p)** Determinați numerele reale x pentru care $2\{x\}^2 < \{x\}$, cu proprietatea că cel mai apropiat întreg de x este $3x - [x] - 6\{x\} - 1$.
- 2. (7p)** Să se demonstreze inegalitatea $a^2bc + ab^2c + abc^2 \geq 6abc + ab + ac + bc$, pentru orice numere reale a, b, c din intervalul $[1 + \sqrt{2}, \infty)$. Când se obține egalitate?
- 3. (7p)** Arătați că ecuația $\frac{1}{x} + \frac{2}{y} = \frac{3}{z}$ are o infinitate de soluții (x, y, z) , cu x, y, z numere naturale impare, distincte două câte două.
- 4. (7p)** Fie $ABCD$ un paralelogram și punctele $M \in (AB), N \in (BC), P \in (DC)$ astfel încât $\overrightarrow{AM} = \frac{2}{3}\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{BN} = \frac{5}{6}\overrightarrow{BC}$ și $\overrightarrow{DP} = \frac{1}{6}\overrightarrow{DC}$. Arătați că centrul de greutate al triunghiului MNP se află pe dreapta AC .

- Notă:**
- 1. Toate subiectele sunt obligatorii.**
 - 2. Fiecare subiect se punctează de la 0 la 7.**
 - 3. Timp de lucru 3 ore.**