CONCURSUL NAȚIONAL DE MATEMATICĂ APLICATĂ
„ADOLF HAIMOVICI”
ETAPA LOCALĂ
SUCEAVA - 17 FEBRUARIE 2024
CLASA a XI-a

H2 **Filiera Teoretică: Profilul Real – Specializarea Științe ale naturii**

1.Considerăm matricea: $A=\begin{pmatrix} 1 & -\sqrt{3} \\ \sqrt{3} & 1 \end{pmatrix}$

a) **(2p)** Să se arate că: $A^3+8\cdot I_2=O_2$

b) **(3p)** Determinați inversa matricei A^5

c) **(2p)** Determinați A^{2025}

2. (7p) Să se calculeze $\lim\limits_{x\to\infty}\frac{\left[x^3+3x\right]}{\left[x\right]^3+3\left[x\right]}$, unde $\left[a\right]$ este partea întreagă a lui a .

3.Fie funcția $f:(0,\infty)\to\mathbb{R}, f(x)=\frac{3}{2x^2+3}+\frac{2}{3x^2+2}$ și numerele distincte $a,b,c\in(0,\infty)$.

a) **(4p)** Demonstrați că $f(x)+f\left(\frac{1}{x}\right)=2, \forall x\in(0,\infty)$

b) **(3p)** Demonstrați că punctele $A\left(f(a),f\left(\frac{1}{a}\right)\right), B\left(f(b),f\left(\frac{1}{b}\right)\right), C\left(f(c),f\left(\frac{1}{c}\right)\right)$ sunt coliniare.

4.(7p) Fie funcţia $f:(0,\infty)\to\mathbb{R}, f(x)=a\sqrt{x^2+x}-b\sqrt{x^2+1}$ cu $a,b\in\mathbb{R}^*$.Determinaţi a şi b ştiind că dreapta de ecuaţie $y=x+1$ este asimptotă oblică spre $+\infty$.

Notă:
1. Toate subiectele sunt obligatorii.
2. Fiecare subiect se punctează de la 0 la 7.
3. Timp de lucru 3 ore.