

**OLIMPIADA NAȚIONALĂ DE MATEMATICĂ**  
**ETAPA LOCALĂ**  
**SUCEAVA, 17 februarie 2024**

**CLASA a VI-a**

1. Fie  $\angle AOB$ , un unghi alungit. De aceeași parte a dreptei  $AB$ , pornind de la  $A$  spre  $B$ , se consideră punctele  $M, N$  și  $P$ . Unghiurile,  $\angle AOM$ ,  $\angle MON$ ,  $\angle NOP$  și  $\angle POB$  au măsurile exprimate în grade sexagesimale astfel:  $\angle AOM = x$ ,  $\angle MON = x + n$ ,  $\angle NOP = x + 2n$ ,  $\angle POB = x + 3n$ , unde  $x$  și  $n \in \mathbb{N}^*$ .

a) (3p) Arătați că  $\angle MOP = 90^\circ$ .

b) (4p) Aflați cea mai mică și cea mai mare valoare pe care o poate lua  $x$ . În fiecare din aceste cazuri să se afle măsurile unghiurilor  $\angle AOM$ ,  $\angle MON$ ,  $\angle NOP$  și  $\angle POB$ .

2. Un număr  $N$  se numește **deficient**, dacă  $S < N$ , unde  $S$  este suma divizorilor numărului  $N$ , mai mici decât  $N$ . De exemplu: 8 este număr **deficient** deoarece  $S = 1 + 2 + 4 < 8$

a) (3p) Arătați că numerele 6 și 36 nu sunt numere **deficiente**.

b) (4p) Arătați că numerele 2023 și  $7^{2023}$  sunt numere **deficiente**.

3. a) (3p) Pe un rând, într-o livadă, se plantează 21 de arbuști, astfel încât, distanța, dintre oricare doi arbuști, este un număr natural. Dacă distanța dintre primul arbust și ultimul arbust este de 209 metri să se arate că avem distanțe egale, între arbuști alăturați.

b) (4p) Dacă același număr de arbuști s-ar planta pe un cerc, de centru  $O$ , cu raza suficient de mare, să se arate că există doi arbuști, în pozițiile  $A$  și  $B$ , pe cerc, astfel încât  $\angle AOB \leq 18^\circ$ .

4. Fie mulțimea  $A = \{2024; 20024; 200024; \dots; 200\dots0024\}$  formată din 2024 de numere naturale scrise în ordine crescătoare, unde fiecare număr, începând cu al doilea, are un zero în plus față de precedentul său.

a) (3p) Descompuneți în produs de factori primi numărul 2024 și calculați cel mai mare divizor comun, al numerelor mulțimii  $A$ .

b) (4p) Cu elementele mulțimii  $A$ , în ordinea dată, prin alăturare, formăm numărul natural  $N = 202420024200024\dots20000\dots0024$ . Calculați numărul cifrelor numărului  $N$  și calculați suma primelor 2024 de cifre ale numărului  $N$ .

**Notă: 1. Toate subiectele sunt obligatorii.**

**2. Fiecare subiect se punctează de la 0 la 7.**

**3. Timp de lucru 3 ore.**