

**CONCURSUL NAȚIONAL DE MATEMATICĂ APLICATĂ**  
**„ADOLF HAIMOVICI”**  
**ETAPA LOCALĂ**  
**SUCEAVA - 17 FEBRUARIE 2024**  
**CLASA a IX-a**

**H2**

**Filiera Teoretică: Profilul Real – Specializarea Științe ale naturii**

**1. a) (3p)** Se consideră numărul real  $s = 1 + \frac{1}{2} + \frac{1}{2^2} + \dots + \frac{1}{2^{2024}}$ . Demonstrați că  $s \in (1, 2)$ .

**b) (4p)** Calculați suma:  $S = \sum_{k=1}^n k(2^k - 1)$ .

**2. (7p)** Demonstrați că pentru orice număr real  $x$  și pentru orice număr natural nenul  $n$  are loc egalitatea:

$$\left[ \frac{(n+1)x}{2} - \frac{[x] + [2x] + [3x] + \dots + [nx]}{n} \right] = 0, \text{ unde } [x] \text{ este partea întreagă a lui } x.$$

**3. (7p)** Un elev își propune ca pentru pregătirea concursului de matematică, să lucreze în fiecare zi cu 5 minute în plus față de ziua precedentă. Știind că mai sunt 15 zile până la concurs și că în ultima zi a lucrat două ore, calculați cât timp a acordat, în total, în cele 15 zile, pregătirii concursului de matematică.

**4. Pe laturile  $(AB)$ ,  $(BC)$ ,  $(CD)$  și  $(DA)$  ale patrulaterului convex  $ABCD$  se consideră punctele  $M, N, P, Q$  astfel încât  $\frac{MA}{MB} = \frac{NB}{NC} = \frac{PC}{PD} = \frac{QD}{QA} = a$ .**

**a) (3p)** Dacă  $a = 1$  și  $O$  este un punct oarecare în plan, demonstrați că  $\overrightarrow{OM} + \overrightarrow{OP} = \overrightarrow{ON} + \overrightarrow{OQ}$ .

**b) (4p)** Demonstrați că  $\overrightarrow{AN} + \overrightarrow{BP} + \overrightarrow{CQ} + \overrightarrow{DM} = \vec{0}$ .

**Notă: 1. Toate subiectele sunt obligatorii.**

**2. Fiecare subiect se punctează de la 0 la 7.**

**3. Timp de lucru 3 ore.**