

CONCURSUL NAȚIONAL DE MATEMATICĂ APLICATĂ
„ADOLF HAIMOVICI”
ETAPA LOCALĂ
SUCEAVA - 17 FEBRUARIE 2024
CLASA a X-a

H1

Filiera tehnologică, toate profilurile și specializările

1. Se consideră expresia $E(x) = \log_2 \frac{3+x}{3-x}$, $x \in (-3; 3)$.

a) (3p) Arătați că $E(x) + E(y) = E\left(\frac{9x+9y}{9+xy}\right)$.

b) (4p) Calculați suma:

$E\left(-\frac{1}{2024}\right) + E\left(-\frac{1}{2023}\right) + E\left(-\frac{1}{2022}\right) + \dots + E\left(\frac{1}{2022}\right) + E\left(\frac{1}{2023}\right) + E\left(\frac{1}{2024}\right)$ și arătați că este un număr natural.

2. (7p) Se consideră expresia $E(x) = \left(x^{\frac{1}{8}} - 1\right) \left(x^{\frac{1}{8}} + 1\right) \left(x^{\frac{1}{4}} + 1\right) \left(x^{\frac{1}{2}} + 1\right) (x+1)$.

Determinați cel mai mic număr natural n pentru care $E(n) \geq 2024$

3. (7p) Fie $z \in \mathbb{C} \setminus \mathbb{R}$. Demonstrați că dacă $\frac{z^2-z+1}{z^2+z+1} \in \mathbb{R}$, atunci $|z| = 1$.

4. (7p) Andrei și Ioana joacă un joc astfel: Ioana trebuie să aleagă un număr natural n , iar Andrei un număr real strict pozitiv, x . Știind că $A=13-\log_3 x^2$ sau $B=\log_9 27x$ este cel puțin egal cu n și Andrei îi dăruiește Ioanei o cutie cu 2^n bomboane, ce număr trebuie să aleagă Ioana pentru a primi cât mai multe bomboane?

Notă: 1. Toate subiectele sunt obligatorii.

2. Fiecare subiect se punctează de la 0 la 7.

3. Timp de lucru 3 ore.