Olimpiada Naţională de Matematică
Etapa locală, 10. II. 2024
Clasa a VI-a

Problema 1.

Determinați cardinalul mulțimii A = $\{\overline{xyz}/\overline{2024xyz} \vdots\ 60\,, x \neq y \neq z\,\}$.

Problema 2.

Fie numărul natural n = $2^{2030} + 2^{2029} + 29 \cdot 2^{2024}$.

a) Aflați numărul de divizori proprii ai numărului n.

b) Aflați cel mai mare divizor comun al numerelor n^2 și 27040.

Problema 3.

Fie unghiul *AOD*, cu $\sphericalangle AOD < 180^0$, iar în interiorul său se consideră semidreptele [*OX*, [*OB*, [*OC*, [*OY*, astfel încât să avem următoarea ordine: [*OA*, [*OX*, [*OB*, [*OC*, [*OY*, [*OD*.
Dacă $\sphericalangle AOD = t \cdot \sphericalangle BOC$, $\sphericalangle BOX = k \cdot \sphericalangle AOX$, $\sphericalangle YOC = k \cdot \sphericalangle DOY$, unde $k, t > 1$, atunci demonstrați egalitatea $(k\,t + 1) \cdot \sphericalangle BOC = (k + 1) \cdot \sphericalangle XOY$.

Problema 4.

În cercul *C(O, r)* se consideră diametrele *MN* și *PQ*. Construim diametrul *EF* astfel încât semidreapta *(OE* să fie bisectoarea unghiului *MOP*.

a) Arătați că raza *OR* este perpendiculară pe *EF*, unde *R* este mijlocul arcului mic $\widehat{MQ}$.

b) Determinați măsura arcului $\widehat{RQ}$, știind că măsura unghiului *MOE* este egal cu 40^0.

Notă:

- Timp de lucru 3 ore
- Rezolvarea fiecărei probleme este obligatorie
- Pentru fiecare problemă rezolvată corect se acordă 7 puncte

SUCCES!