



Olimpiada Națională de Matematică
Etapa locală, 10. II. 2024
Clasa a VIII-a

Problema 1.

Se consideră numerele reale pozitive x și y care verifică relația

$$\frac{1}{x} + \frac{1}{y} = \frac{1}{2023} \quad (*)$$

a) Ce valoare are numărul y , dacă $x = 4046$?

b) Arătați că numărul $A = \sqrt{\left(\frac{x}{7} - 289\right)\left(\frac{y}{7} - 289\right)}$ este pătrat perfect, pentru orice numere reale pozitive x și y care verifică relația (*).

Problema 2.

a) Se consideră numărul $x = \sqrt{8 - 2\sqrt{7}} - \sqrt{8 + 2\sqrt{7}}$.

Calculați $(x^2 + 2x + 2)^{11} - 24$.

b) Determinați cifrele nenule a și b , cu $a < b$, pentru care $\sqrt{0, a(b) + 0, b(a)}$ este număr rațional.

Problema 3.

Fie $SABCD$ o piramidă patrulateră regulată cu muchia AB de lungime 6 cm și muchia SA de lungime 12 cm. Se construiesc bisectoarele $[BM]$ și $[BN]$ ale unghiurilor \widehat{SBC} , respectiv \widehat{SBA} , cu $M \in (SC)$ și $N \in (SA)$.

a) Demonstrați că $MN \parallel (ABC)$.

b) Calculați lungimea segmentului MN .

Problema 4.

Fie $ABCA'B'C'$ o prismă triunghiulară regulată cu latura bazei $AB = 8$ cm și muchia laterală $AA' = 8\sqrt{2}$ cm.

a) Aflați lungimea segmentului BC' .

b) Demonstrați că $BC \perp AO$, unde $\{O\} = BC' \cap B'C$.

c) Determinați măsura unghiului dintre dreptele BC' și $A'C$.

Notă:

- Timp de lucru 3 ore
- Rezolvarea fiecărei probleme este obligatorie
- Pentru fiecare problemă rezolvată corect se acordă 7 puncte

SUCCES!