



CLASA a VI-a
BAREM DE CORECTARE ȘI NOTARE

Problema 1.

Determinați cardinalul mulțimii $A = \{\overline{xyz}/\overline{2024xyz} : 60, x \neq y \neq z\}$.

Barem de notare:

Un număr este divizibil cu 60 dacă este divizibil cu 5, cu 4 și cu 3	1p
Dacă $\overline{2024xyz} : 5$ atunci z este 0 sau 5; dar $\overline{2024xyz} : 4$ deci z este un număr par și se obține $z = 0$	1p
$\overline{2024xyz} : 4$ deci $\overline{yz} \in \{20, 40, 60, 80\}$	1p
Deoarece $\overline{2024xyz} : 3$, se obține $\overline{xyz} \in \{520, 820, 340, 640, 940, 160, 460, 760, 280, 580\}$	3p
Card $A = 10$	1p

Problema 2.

Fie numărul natural $n = 2^{2030} + 2^{2029} + 29 \cdot 2^{2024}$.

- Aflați numărul de divizori proprii ai numărului n .**
- Aflați cel mai mare divizor comun al numerelor n^2 și 27040.**

Barem de notare:

a)	$n = 2^{2024}(2^6 + 2^5 + 29)$	1p
	$n = 2^{2024} \cdot 5^3$	1p
	Număr de divizori = 8100	1p
	Numărul are $8100 - 2 = 8098$ divizori proprii	1p
b)	$27040 = 2^5 \cdot 5 \cdot 13^2$	1p
	$(n^2, 27040) = 160$	2p

Problema 3.

Fie unghiul AOD , cu $\angle AOD < 180^\circ$, iar în interiorul său se consideră semidreptele $[OX, [OB, [OC, [OY$, astfel încât să avem următoarea ordine: $[OA, [OX, [OB, [OC, [OY, [OD$.

Dacă $\angle AOD = t \cdot \angle BOC$, $\angle BOX = k \cdot \angle AOX$, $\angle YOC = k \cdot \angle DOY$, unde $k, t > 1$, atunci demonstrați egalitatea $(k t + 1) \cdot \angle BOC = (k + 1) \cdot \angle XOY$.

Barem de notare:

$\angle AOD = \angle AOX + \angle XOB + \angle BOC + \angle COY + \angle YOD$	1p
$(t-1) \cdot \angle BOC = (k+1) \cdot (\angle DOY + \angle AOX)$	1p
$(t-1) \cdot \angle BOC = (k+1) \cdot (\angle AOD - \angle XOY)$	2p
$(k+1) \cdot \angle XOY = (k+1) \cdot \angle AOD - (t-1) \cdot \angle BOC$	1p
$(kt + 1) \cdot \angle BOC = (k + 1) \cdot \angle XOY$	2p

Problema 4.

În cercul $C(O, r)$ se consideră diametrele MN și PQ . Construim diametrul EF astfel încât semidreapta $(OE$ să fie bisectoarea unghiului MOP .

a) Arătați că raza OR este perpendiculară pe EF , unde R este mijlocul arcului mic \widehat{MQ} .

b) Determinați măsura arcului \widehat{RQ} , știind că măsura unghiului MOE este egal cu 40° .

Barem de notare:

	Realizare desen	1p
a)	a) $\angle MOE = \angle EOP = x \Rightarrow \angle MOQ = \angle POQ - \angle POM = 180^\circ - 2x$	2p
	$\angle ROQ = \angle ROM = \angle MOQ / 2 = 90^\circ - x$	1p
	$\angle ROE = \angle ROM + \angle MOE = 90^\circ - x + x = 90^\circ \Rightarrow OR \perp OE \Rightarrow OR \perp EF$	1p
b)	b) $\widehat{RQ} = \angle ROQ = 90^\circ - 40^\circ = 50^\circ$	2p

OBS. Orice rezolvare corectă și diferită de cea din barem se va puncta corespunzător!