

OLIMPIADA NAȚIONALĂ DE MATEMATICĂ

– ETAPA LOCALĂ, 10.02.2024 –

Clasa a VII-a

SUBIECTUL 1

Determinați cifrele nenule și distincte a, b, c cu $a < b < c$, pentru care numărul $x = \sqrt{a, b(c)} + \sqrt{b, c(a)} + \sqrt{c, a(b)}$ este rațional.

SUBIECTUL 2

Cercurile $C_1(O_1, r_1)$ și $C_2(O_2, r_2)$ sunt secante în punctele A și B . Dreapta d trece prin punctul B și este secantă celor două cercuri în punctele $B_1 \in C_1(O_1, r_1)$ și $B_2 \in C_2(O_2, r_2)$. Punctele A_1 și A_2 sunt diametral opuse punctului A în cercurile C_1, C_2 . Demonstrați că:

3p a) Punctele A_1, A_2 și B sunt coliniare.

4p b) $\sphericalangle O_1 B_1 A \equiv \sphericalangle O_2 B_2 A$

SUBIECTUL 3

Fie ABC un triunghi echilateral și D simetricul lui B față de C . Notăm cu M mijlocul segmentului AC și cu N mijlocul segmentului DM . Arătați că $AD = 4CN$.

Gazeta matematică

SUBIECTUL 4

2p a) Demonstrați că $\sqrt{3 + 2\sqrt{2}} = 1 + \sqrt{2}$ și că $\sqrt{3 - 2\sqrt{2}} = \sqrt{2} - 1$

5p b) Determinați numere întregi a și b , pentru care

$$\frac{2a}{\sqrt{3+2\sqrt{2}}} - \frac{3b}{\sqrt{3-2\sqrt{2}}} = 5 + 13\sqrt{2}$$

Profesor Anton Negrilă, Ploiești

Notă: Timp de lucru 3 ore. Fiecare subiect se notează cu puncte de la 0 la 7. Se cer rezolvări complete.

Succes!