

OLIMPIADA NAȚIONALĂ DE MATEMATICĂ

– ETAPA LOCALĂ, 10.02.2024 –

Clasa a IX-a

SUBIECTUL 1

Se consideră numerele pozitive a și b .

3p a) Să se arate că $\left(\frac{a}{b} + 1\right)\left(\frac{b}{a} + 1\right) \geq 4$.

4p b) Să se arate că $\left(\frac{a}{b} + 1\right)^n + \left(\frac{b}{a} + 1\right)^n \geq 2^{n+1}$, unde $n \in \mathbb{N}$.

SUBIECTUL 2

Fie $ABCDEF$ un hexagon regulat de centru O . Să se arate că $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC} + \overrightarrow{AD} + \overrightarrow{AE} + \overrightarrow{AF} = 6 \overrightarrow{AO}$.

SUBIECTUL 3

Fie I centrul cercului înscris în triunghiul ABC . Să se arate că triunghiul ABC este echilateral dacă și numai dacă $\overrightarrow{AI} + \overrightarrow{BI} + \overrightarrow{CI} = \vec{0}$.

Suplimentul Gazeta Matematică

SUBIECTUL 4

Determinați numerele reale x pentru care $2\{x\}^2 < \{x\}$, cu proprietatea că cel mai apropiat întreg de x este $3x - [x] - 6\{x\} - 1$.

Gazeta Matematică

Notă: Timp de lucru 3 ore. Fiecare subiect se notează cu puncte de la 0 la 7. Se cer rezolvări complete.

Succes!