OLIMPIADA NAŢIONALĂ DE MATEMATICĂ
– ETAPA LOCALĂ, 10.02.2024 –
Clasa a VI-a

SUBIECTUL 1

3p a)Aflați cel mai mic multiplu comun al numerelor 120, 150, 180.

4p b)Câte numere naturale cuprinse între 900 și 10000 împărțite pe rând la 120, 150 și 180, dau restul 99?

Soluție

a)120=$2^3 \cdot 3 \cdot 5$;150=$2 \cdot 3 \cdot 5^2$; 180=$2^2 \cdot 3^2 \cdot 5$ **2p**

Cmmmc=$2^3 3^2 5^2$=1800 **1p**

b)$x = 120c_1 + 99; x = 150c_2 + 99;\ x = 180c_3 + 99$ **1p**

$x - 99$se divide cu 120, 150 și 180, deci cu 1800 **1p**

$x - 99 \in \{1800, 3600,5400, 7200, 9000, 10800, \ldots\}$ **1p**

Între 900 și 10000 avem $x \in \{1899, 3699,5499, 7299, 9099\}$, deci 5 numere. **1p**

SUBIECTUL 2

Determinaţi mulţimea $A = \{\overline{abcd} | \overline{abcd} = \overline{dabc} + 2025\}$.

Prelucrare Gazeta Matematică

$\overline{abcd} = \overline{dabc} + 2025 \Leftrightarrow 10 \cdot \overline{abc} + d = 1000d + \overline{abc} + 2025 \Leftrightarrow$ **2p**

$\Leftrightarrow 9 \cdot \overline{abc} = 999d + 2025 \Leftrightarrow \overline{abc} = 111d + 225$ **2p**

$\Rightarrow A = \{3361,4472,5583,6694,7805,8916\}$ **3p**

SUBIECTUL 3*Tastați ecuația aici.*

Unghiurile $\sphericalangle A_1, \sphericalangle A_2, \sphericalangle A_3$ și $\sphericalangle A_4$ sunt unghiuri adiacente în jurul unui punct A. Știind că măsurile lor exprimate în grade sunt egale cu $3^n + 3a$, $3^{n+1} + a$, $3^{n+2} - a$, $3^{n+3} - 3a$, cu $n, a \in \mathbb{N}$, determinați mulțimea valorilor pe care le poate lua a.

Gazeta Matematică

Soluție:

$\sphericalangle A_1 + \sphericalangle A_2 + \sphericalangle A_3 + \sphericalangle A_4 = 360°$ **1p**

$3^n + 3a + 3^{n+1} + a + 3^{n+2} - a + 3^{n+3} - 3a = 360$ **1p**

$3^n(1 + 3 + 9 + 27) = 360 \Rightarrow 3^n = 9 \Rightarrow n=2$ **2p**

$\sphericalangle A_1, \sphericalangle A_2, \sphericalangle A_3$ și $\sphericalangle A_4$ au măsurile între 0° și 180° **1p**

De aici obținem $21 < a < 57$, a natural deci $a \in \{22, 23, \dots, 56\}$ **2p**

SUBIECTUL 4

Determinați numerele naturale *a, b, c,* pentru care $\frac{a+3}{6} = \frac{b+9}{4} = \frac{7}{c+1}$.

$$\frac{b+9}{4} = \frac{7}{c+1} \Rightarrow (b+9)(c+1) = 28$$ **1p**

Cum b și c sunt naturale, putem avea doar $b + 9 = 14$, $c + 1 = 2$, de unde $b = 5$, $c = 1$ **2p**

iar din $\frac{a+3}{6} = \frac{7}{2}$ avem $a = 18$ **1p**

sau $b + 9 = 28$, $c + 1 = 1$ de unde $b = 19$, $c = 0$ **2p**

iar din $\frac{a+3}{6} = 7$ avem $a = 39$ **1p**

Notă:

Orice altă soluție corectă se punctează corespunzător.

Nu se acordă fracțiuni de punct.