INSPECTORATUL
ŞCOLAR JUDEŢEAN PRAHOVA

MINISTERUL EDUCAȚIEI

OLIMPIADA NAŢIONALĂ DE MATEMATICĂ

– ETAPA LOCALĂ, 10.02.2024 –

Clasa a VIII-a

SUBIECTUL 1

Se consideră numărul

$$A(m) = (m^{2024} + 2024m^2 + 5)(m^{2024} + 2024m^2 - 1) + 9, \quad m \in \mathbb{Z}.$$

5p a) Arătați că oricare ar fi $m \in \mathbb{Z}$, numărul $A(m)$ este pătrat perfect.

2p b) Care este cea mai mică valoare pe care o poate lua numărul? ***

SUBIECTUL 2

Fie cubul ABCDEFGH , în care punctele O,P,Q, R sunt centrele fețelor ABCD, BCGF, EFGH, și ADHE.

3p *a)*Să arate că triunghiul DBG este echilateral.
4p *b)*Să se arate că patrulaterul OPQR este pătrat. ***

SUBIECTUL 3

Fie *VABCD* o piramidă patrulateră regulată. O furnică pleacă din punctul *A* și ajunge tot în punctul *A,* mergând pe toate fețele laterale. Știind că lungimea drumului parcurs este minimă și că lungimea parcursă pe fața *VAB* este de două ori mai mare decât cea parcursă pe fața *VBC,* determinați măsurile unghiurilor feței *VAB.* *Suplimentul Gazetei Matematice*

SUBIECTUL 4

3p a)Să se arate că $x^2 + y^2 + z^2 \geq xy + yz + zx$, pentru orice numere reale x, y, z.
4p b) Fie $x, y, z \in \mathbb{R}$ astfel încât $x + y + z = 2$. Să se arate că cel puțin unul dintre numerele $a = \frac{3x+y}{2} - 3xy$, $b = \frac{3y+z}{2} - 3yz$ și $c = \frac{3z+x}{2} - 3xz$ este pozitiv.

Prof.Anton Negrilă, Ploiești

Notă: Timp de lucru 3 ore. Fiecare subiect se notează cu puncte de la 0 la 7. Se cer rezolvări complete.

Succes!