OLIMPIADA NAȚIONALĂ DE MATEMATICĂ
Etapa locală – 17.02.2024

Clasa a VIII-a

1. Feladat **(7pont)**

Mutassátok ki, hogy ha *a, b, c* racionális számokra teljesül az $\frac{1}{a}+\frac{1}{b}+\frac{1}{c}=1$ feltétel,

akkor az $N=\left(\frac{a\cdot b}{c}+1\right)\left(\frac{b\cdot c}{a}+1\right)\left(\frac{a\cdot c}{b}+1\right)$ szám nem negatív és $\sqrt{N}\in\mathbb{Q}$

2. Feladat **(7 pont)**

Legyenek az *a, b, c* nem nulla számjegyek. Bizonyítsátok be az alábbi egyenlőtlenséget:

$$\frac{ab\sqrt{ab}}{\overline{ab}^2+\overline{ba}^2}+\frac{bc\sqrt{bc}}{\overline{bc}^2+\overline{cb}^2}+\frac{ac\sqrt{ac}}{\overline{ca}^2+\overline{ac}^2}\le\frac{a+b+c}{242}$$

(Gazeta Matematică 10/2023)

3. Feladat **(7 pont)**

Legyen *VABCD* szabályos négyoldalú gúla. Az *M* pont a *VO* magasság felezőpontja, az *N* pont a *BM* szakasz felezőpontja, illetve $P\in[AO]$ úgy, hogy $AP=3\cdot PO$. Bizonyítsátok be, hogy $PN \parallel (VDC)$

(Gazeta matematică)

4. Feladat **(7 pont)**

VABCD alapja *ABCD* téglalap. *P* és *Q* pontok a *VB*, illetve *CV* szakaszok felezőpontjai.

a) Mutassátok ki, hogy *AP* és *DQ* egyenesek metszik egymást.

b) Ha $AP\cap DQ=\{M\}$, számítsátok ki a *VM* és *BC* szakaszok által bezárt szöget.

Minden feladat kötelező!
Munkaidő 3 óra.

Sok sikert!