OLIMPIADA DE MATEMATICĂ
ETAPA LOCALĂ-17.02.2024
Clasa a IX-a
SUBIECTE

Subiectul 1

Rezolvați în **R** ecuația**:**

$$\left[\frac{3x+2}{x-1}\right]+\left\{\frac{2x+3}{x-1}\right\}=\frac{23}{7}$$

Subiectul 2

Fie x, y, z numere reale strict pozitive. Să se arate că:

$$8\left(\frac{xy}{x+y}+\frac{xz}{x+z}+\frac{yz}{y+z}\right)\le 9\left(\frac{xy+xz+yz}{x+y+z}+\frac{xyz}{xy+xz+yz}\right).$$

Subiectul 3

Se consideră un triunghi ABC şi punctele N, P, Q în planul triunghiului astfel încât $\overrightarrow{AN}=-\frac{2}{5}\overrightarrow{AB}$, $\overrightarrow{PC}+2\overrightarrow{PA}=\vec{0}$ și $11\overrightarrow{BQ}=7\overrightarrow{BC}$.

a)Arătați că punctele N, P, Q sunt coliniare.

b)Fie M un punct în planul triunghiului ABC astfel încât $\overrightarrow{AM}=x\overrightarrow{AB}$, unde $x\in\mathbf{R}$. Aflați x, știind că $BP\parallel MQ$.

Subiectul 4.

Fie ABC un triunghi şi punctele M, N pe laturile $[AB]$, respectiv $[BC]$, astfel încât $\frac{AM}{MB}=\frac{m}{n}$ şi $\frac{BN}{NC}=\frac{n}{p}$, unde m, n, p sunt numere reale pozitive cu proprietatea $p^2=mn$. Notăm cu P intersecția dreptelor CM şi AN. Arătaţi că: $n\overrightarrow{PA}+m\overrightarrow{PB}+p\overrightarrow{PC}=\vec{0}$.

Notă:
Toate subiectele sunt obligatorii.
Timp de lucru 3 ore.
Fiecare subiect este notat de la 0 la 7 puncte.