

**Olimpiada Națională de Matematică – Etapa Locală**  
**Maramureș – 10 februarie 2024**  
**Clasa a VIII - a**

1. Dacă  $x, y \in \mathbb{R}$ , astfel încât  $x \in (-2; 6), y \in (-5; 3)$ , arătați că numărul

$$a = \sqrt{(x + y - 9)^2} + \sqrt{(x + y + 7)^2}$$

este pătrat perfect.

2. Arătați că, dacă  $x$  și  $y$  sunt numere reale pozitive care verifică relația

$$\frac{1}{x} + \frac{1}{y} = \frac{1}{2023} \text{ și } A = \sqrt{\left(\frac{x}{7} - 289\right)\left(\frac{y}{7} - 289\right)}$$

atunci  $\sqrt{A}$  este număr natural.

S.G.M. 9/2023

3. O cutie are forma unei prisme regulate drepte  $ABCDEF$ , cu  $AD = 2 \cdot AB$ , iar aria bazei este egală cu  $9\sqrt{3}cm^2$ .

a) Aflați suma tuturor muchiilor prisme.

b) O furnică se deplasează pe toate fețele laterale ale cutiei, plecând din vârful  $A$  și ajunge pe cel mai scurt drum în centrul feței  $(ACFD)$ , trecând peste muchiile laterale  $BE$  și  $CF$ . Arătați că lungimea drumului parcurs de furnică este mai mică de  $17cm$ .

4. Fie punctele necoplanare  $A, B, C, D$  și  $M$  mijlocul segmentului  $(AC)$ ,  $N$  mijlocul segmentului  $(MB)$ ,  $P$  mijlocul segmentului  $(NC)$ , iar  $Q$  mijlocul segmentului  $(PB)$ .

a) Arătați că dreapta  $MP$  este paralelă cu planul  $(DNQ)$ .

b) Dacă  $\sphericalangle DAQ = 75^\circ$ , aflați  $\sphericalangle(MP; AD)$ .

Notă:

Toate subiectele sunt obligatorii.

Fiecare problemă se notează de la 0 la 7 puncte.

Timp de lucru - 3 ore