

Olimpiada Națională de Matematică – Etapa Locală
Maramureș – 10 februarie 2024
Clasa a VII - a

1. a) Arătați că pentru orice numere reale x, y are loc egalitatea:

$$(x+3) \cdot (x-y-1) = x^2 - xy + 2x - 3y - 3.$$

- b) Rezolvați ecuația $x^2 - xy + 2x - 3y = 6$ în mulțimea numerelor întregi.

S.G.M. 11/2023

2. a) Trei numere naturale x, y, z au proprietatea că x este media aritmetică a celorlalte două numere și y este media geometrică a celorlalte două numere.
Arătați că $x = y = z$.

- b) Fie numerele naturale nenule a, b, c astfel încât $\frac{a+2 \cdot b\sqrt{27}}{b+3 \cdot c\sqrt{12}}$ este număr rațional.

Arătați că b este media geometrică a numerelor a și c .

3. În triunghiul ABC , M este mijlocul laturii BC , N este un punct de pe latura AB astfel încât $AN = 2BN$ și P este punctul de intersecție dintre MN și AC . Paralela prin A la BC intersectează paralela prin B la AC în R . Arătați că:
a) punctul N este centrul de greutate al triunghiului BCR ;
b) $BP \parallel RC$.

4. În exteriorul triunghiului ascuțitunghic ABC se construiesc pătratele $ABDE$ și $ACFG$. Paralela prin C la AB intersectează mediana din A a triunghiului ABC în H . Arătați că:
a) $AH \perp EG$
b) segmentele EF și GH sunt congruente și perpendiculare.

Notă:

Toate subiectele sunt obligatorii.

Fiecare problemă se notează de la 0 la 7 puncte.

Timp de lucru - 3 ore