



Concursul Național de Matematică Aplicată „Adolf Haimovici”
Etapa locală, Iași
2.02.2024

Clasa a X-a- filieră tehnologică – secțiunea H1

Subiectul 1

Fie numerele reale $a = \sqrt[3]{6\sqrt{3} + 10}$, $b = \sqrt[3]{6\sqrt{3} - 10}$ și $x = a - b$.

- a) Arătați că $a \cdot b = 2$ și $a^3 - b^3 = 20$.
- b) Demonstrați că $x^3 = 20 - 6x$.
- c) Arătați că $x = 2$.

Subiectul 2

- a) Aflați numerele reale x și y astfel încât $\frac{x-2}{1+i} + \frac{y-2}{1-i} = i$, unde i este unitatea imaginară.
- b) Determinați mulțimea $M = \{z \in \mathbb{C} \mid z^2 + \bar{z} = 0\}$, unde \bar{z} este conjugatul numărului complex z .
- c) Fie punctele necoliniare A, B, C de afixe $z_A = \frac{1}{2} + \frac{\sqrt{3}}{2} \cdot i$, $z_B = \frac{1}{2} - \frac{\sqrt{3}}{2} \cdot i$, respectiv $z_C = -1$.
Stabiliți natura triunghiului ABC și apoi determinați afixul centrului cercului circumscris acestuia.

Subiectul 3

Considerăm numerele reale: $x = (2^2)^{\frac{1}{4}} : (4^3)^{\frac{1}{2}} \cdot 16^{\frac{1}{8}}$, $y = \lg 65 - \lg 14 + \lg \frac{22}{195} - \lg \frac{0,011}{21}$ și
 $z = \log_4 9 + \log_8 125$.

- a) Determinați numerele x și y .
- b) Arătați că $z = \log_2 15$.
- c) Ordonăți crescător numerele x, y, z .

Subiectul 4

Comprimând un gaz, acesta își mărește presiunea de la p_1 la p_2 și își micșorează volumul de la v_1 la v_2 . Compresiunea se face după legea $p \cdot v^n = \text{constant}$.
Dacă $n = 1,5$ și aerul este comprimat de la o atmosferă la 10 atmosfere, determinați raportul dintre volumul inițial v_1 și volumul final v_2 .

Timp de lucru: 3 ore.

Fiecare subiect este notat cu 7 puncte.