



**Concursul Național de Matematică Aplicată „Adolf Haimovici”**  
**Etapă locală, Iași**  
**2.02.2024**

**Clasa a IX -a filieră tehnologică – secțiunea H1**

**Subiectul 1**

Un număr natural  $A$  se numește „ideal” dacă există două numere naturale  $x$  și  $y$  astfel încât  $A = 3x + 4y$ .

- Verificați dacă numerele 6, 7, 8, 11 sunt „ideale”.
- Demonstrați că dacă  $n \in \mathbb{N}$  este „ideal”, atunci  $n + 3$  este „ideal”.
- Arătați că numărul 2024 este „ideal”.

**Subiectul 2**

Se consideră triunghiul  $ABC$  cu centrul de greutate  $G$ . Notăm cu  $N$  simetricul lui  $G$  față de mijlocul  $M$  al segmentului  $BC$ .

- Arătați că  $\overrightarrow{NG} = \overrightarrow{NB} + \overrightarrow{NC}$ .
- Determinați relația dintre numerele reale  $a, b, c$  pentru care  $a\overrightarrow{NA} + b\overrightarrow{NB} + c\overrightarrow{NC} = \vec{0}$ .

**Subiectul 3**

Fie  $a_1, a_2, \dots, a_{n+1}$  termenii consecutivi ai unei progresii aritmetice cu termeni pozitivi și rația  $r$  număr real nenul.

- Demonstrați că  $\frac{a_k + a_{k+1}}{a_k^2 \cdot a_{k+1}^2} = \frac{1}{r} \left( \frac{1}{a_k^2} - \frac{1}{a_{k+1}^2} \right)$  pentru orice  $k$  număr natural nenul.
- Notând  $S = \frac{a_1 + a_2}{a_1^2 a_2^2} + \frac{a_2 + a_3}{a_2^2 a_3^2} + \dots + \frac{a_n + a_{n+1}}{a_n^2 a_{n+1}^2}$  demonstrați că  $S = \frac{n(a_1 + a_{n+1})}{a_1^2 \cdot a_{n+1}^2}$ .
- Arătați că  $\frac{S \cdot a_1^2 a_{n+1}^2}{2n} > \sqrt{a_1 \cdot a_{n+1}}$ , unde  $S$  este suma calculată anterior.

**Subiectul 4**

La o firmă particulară patronul explică tinerilor angajați că salariul de debut este 2000 lei lunar, iar dacă rezultatele muncii depuse sunt corespunzătoare, salariul se mărește lunar, timp de un an, după cum urmează:

*Varianta 1:* Creșterea lunară cu 44%.

*Varianta 2:* Creșterea cu 20% la două săptămâni (salariul se plătește în două tranșe, avans și lichidare). Care din cele două variante ar fi mai avantajoasă pentru tânărul angajat?

**Timp de lucru: 3 ore.**

**Fiecare subiect este notat cu 7 puncte.**

