Olimpiada Națională de Matematică 2024

Etapa locală - Iași, 2 februarie 2024

Clasa a VI -a

Problema 1.

Fie $a, b, c \in \mathbb{Q}^*$. Numerele $a \cdot b$ şi $a + b$ sunt direct proporţionale cu 36 şi 5, iar numerele $a \cdot c$ şi $a - c$ sunt direct proporţionale cu 12 şi 7.
Determinaţi numărul $\frac{b+c}{b \cdot c}$.

Problema 2.

a) Mulţimile A *şi* B au ca elemente numere naturale consecutive. Dacă $A \cap B = \{2023\}$ şi diferenţa dintre cel mai mare element din $A \cup B$ şi cel mai mic element din $A \cup B$ este 2023, arătați că mulțimile A *și* B nu pot avea același număr de elemente.

b) Aflaţi cel mai mare număr natural par n, astfel încât în mulțimea $\{1,2,3, \dots \dots \dots \dots \dots .., n\}$ să existe 2004 de numere care se divid cu 2 dar nu se divid cu 6.

Problema 3.

Pe dreapta d se iau punctele O, A, B $(A \in (OB))$. Punctele M *și* N sunt de o parte și de alta a dreptei d. Fie $[OE$ *și* $[AF$ bisectoarele unghiurilor MOA, respectiv NAB.Demonstrați că $OE \perp AF$ dacă și numai dacă unghiurile MOA și NAB sunt suplementare.

Problema 4.

În jurul punctului O considerăm unghiurile $\sphericalangle AOB$ *și* $\sphericalangle BOC$ adiacente, cu $\sphericalangle AOB + \sphericalangle BOC < 180^\circ$. Notăm cu $[OM$ *și* $[ON$ bisectoarele $\sphericalangle AOB$, respectiv $\sphericalangle BOC$, iar cu $[OP$ bisectoarea $\sphericalangle MON$. Știind că suplementul $\sphericalangle AOC$ este de 4 ori mai mare decât $\sphericalangle POB$, arătați că unul din unghiurile AOB sau BOC este drept.

G.M. nr. 10/2023

Timp de lucru: 3 ore.
Fiecare problemă este notată cu 7 puncte.

Str. N. Bălcescu nr. 26, 700117, Iași
Tel: +40 (0)232 26 80 14
Fax: +40 (0)232 26 77 05
www.isjiasi.ro