

## OLIMPIADA NAȚIONALĂ DE MATEMATICĂ

Etapă locală - 9 februarie 2024

### Clasa a VI-a Enunțuri

1. Determinați numerele naturale nenule  $a, b$  știind că  $a < b$  și  $2 \cdot [a, b] + 5 \cdot (a, b) = 115$   
(se notează  $[a, b] = c.m.m.m.c.$  al numerelor  $a, b$  și  $(a, b) = c.m.m.d.c.$  al numerelor  $a, b$ ).
2. Fie unghiul ascuțit  $\angle AOB$  și semidreapta  $(OE$  opusă semidreptei  $(OA$ . De aceeași parte a dreptei  $OA$  cu  $(OB$  se duc semidreptele  $(OC \perp (OA$  și  $(OD \perp (OB$ . Se știe că măsura unghiului  $\angle DOE$  este de nouă ori mai mare decât a unghiului  $\angle AOB$ .
  - a) Aflați măsurile unghiurilor  $\angle DOE$  și  $\angle COD$ .
  - b) Dacă semidreapta  $(OF$  este bisectoarea unghiului  $\angle EOD$  și semidreapta  $(OG$  este bisectoarea unghiului  $\angle DOC$ , aflați măsura unghiului  $\angle FOG$ .
3. Despre un număr natural  $n$  vom spune că este *special* dacă  $n^4 = p$ , unde  $p$  reprezintă produsul divizorilor lui  $n$ .
  - a) Arătați că 135 este special.
  - b) Determinați toate numerele speciale de două cifre.

(Supliment GM Nr. 10/ 2023)
4. Punctul  $O$  determină pe dreapta  $d$  semidreptele opuse  $(OX$  și  $(OY$ . Se consideră pe  $(OX$  punctele  $A_1, A_2, \dots, A_{2023}$  (în această ordine), iar pe  $(OY$  punctele  $B_1, B_2, \dots, B_{2023}$  (în această ordine), astfel încât  $A_1$  și  $B_1$  sunt cele mai apropiate puncte de punctul  $O$ , iar  $A_{2023}$  și  $B_{2023}$  sunt cele mai depărtate puncte de punctul  $O$ . Se știe că  $OA_1 = \frac{1}{2}cm$ ,  $A_1A_2 = \frac{1}{3}cm$ ,  $A_2A_3 = \frac{1}{4}cm$ ,  $\dots$ ,  $A_{2022}A_{2023} = \frac{1}{2024}cm$  și  $OB_1 = \frac{1}{2}cm$ ,  $B_1B_2 = \frac{2}{3}cm$ ,  $B_2B_3 = \frac{3}{4}cm$ ,  $\dots$ ,  $B_{2022}B_{2023} = \frac{2023}{2024}cm$ .
  - a) Calculați lungimea segmentului  $[A_2B_2]$ .
  - b) Arătați că lungimea segmentului  $[A_{2023}B_{2023}]$  este un număr natural.
  - c) Demonstrați că punctul  $M$ , mijlocul lui  $[A_{2023}B_{2023}]$  se află pe semidreapta  $(OY$  și că lungimea segmentului  $[OM]$  este mai mică decât  $1011cm$ .

### NOTĂ

- Toate subiectele sunt obligatorii;
- Fiecare subiect este notat cu 7 puncte;
- Nu se acordă puncte din oficiu;
- Punctajul minim de calificare la etapa județeană este de 14 puncte;
- Timpul efectiv de lucru este de 3 ore din momentul primirii subiectului.