

CONCURSUL NAȚIONAL DE MATEMATICĂ APLICATĂ “ADOLF HAIMOVICI”

Faza locală, 10 februarie 2024

Clasa a X-a

H1 – Filiera tehnologică - Toate profilurile și specializările

BAREM DE EVALUARE ȘI NOTARE

Problema 1

$$a) \begin{cases} x - 3 \neq 1 \\ x - 3 > 0 \\ x^2 - 5x + 6 > 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x \neq 4 \\ x > 3 \\ x \in (-\infty, 2) \cup (3, +\infty) \end{cases} \Rightarrow x \in (3, 4) \cup (4, +\infty) \quad 3p$$

$$b) a = \frac{\log_{2024} 2024}{\log_{2024} \frac{1}{2024}} = \frac{1}{-1} = -1 \quad 1p$$

$$b = \log_{2024} \frac{1}{2024} = -1 \quad 1p$$

$$\frac{a^{2024} + b^{2024}}{(a \cdot b)^{2024}} = \frac{(-1)^{2024} + (-1)^{2024}}{[(-1) \cdot (-1)]^{2024}} = \frac{1+1}{1} = 2 \in \mathbb{N}. \quad 2p$$

Problema 2

$$a = (\log_{2024} \frac{2}{1} \cdot \frac{3}{2} \cdot \dots \cdot \frac{2024}{2023})^{\log_{2024} \frac{1}{2} \cdot \frac{2}{3} \cdot \dots \cdot \frac{2023}{2024}} \quad 1p$$

$$a = (\log_{2024} 2024)^{\log_{2024} \frac{1}{2024}} = 1^{-1} = 1 \quad 2p$$

$$b = \frac{1-\sqrt{2}}{1-2} + \frac{\sqrt{2}-\sqrt{3}}{2-3} + \dots + \frac{\sqrt{99}-\sqrt{100}}{99-100} = \frac{1-10}{-1} = 9 \quad 2p$$

$$\sqrt{a^2 \cdot b^2} = \sqrt{1 \cdot 81} = 9 \quad 2p$$

Problema 3

$$(g \circ f)(4) - (g \circ f)(1) = g(f(4)) - g(f(1)) = \quad 4p$$

$$= f(4) + 1 - (f(1) + 1) = 3 \cdot 4 + 1 + 1 - (2 \cdot 1 - 1 + 1) = 12 \quad 3p$$

Problema 4

$$\frac{z_1 z_2}{z_1 - 2z_2} = \frac{2(1-i)(1+i)}{2-2i-2-2i} = -\frac{1}{i} = i \quad 2p$$

$$|z_1| + |z_2| = \sqrt{8} + \sqrt{2} = 3\sqrt{2} \quad 1p$$

$$\left(\frac{z_1 - \bar{z}_2}{\sqrt{2}}\right)^{2024} = \left(\frac{1-i}{\sqrt{2}}\right)^{2024} = \left[\left(\frac{1-i}{\sqrt{2}}\right)^2\right]^{1007} = \left(\frac{-2i}{2}\right)^{1007} = -i^{1007} = i \quad 4p$$