

CONCURSUL NATIONAL DE MATEMATICA APLICATA ADOLF HAIMOVICI
ETAPA LOCALĂ, 12.02.2024
CLASA a XII-a

SOLUȚII ȘI BAREME ORIENTATIVE

H2-Filiera teoretică-Profil real-Specializarea Științe ale naturii

Notă: Fiecare subiect se punctează de la 0 la 7 puncte. Se acordă numai punctaje întregi. Orice altă rezolvare se asimilează conform baremului

Subiectul 1

- a) Demonstrația relației $A^2 = 4A$ 1p
Finalizare1 p
b) Demonstrația axiomelor grupului.....3p
c) Verificare morfism1 p
bijectivitate..... 1 p

Subiectul 2

- a) Determinarea elementului neutru $e = 2$2p
b) $x \circ x = 2\left(x - \frac{3}{2}\right)^2 + \frac{3}{2}$, de unde obținem relația adevărată2p
c) $\underbrace{x \circ x \circ \dots \circ x}_{\text{de 2024 ori}} = 2^{2023} \left(x - \frac{3}{2}\right)^{2024} + \frac{3}{2}$ 1p
 $\left(x - \frac{3}{2}\right)^{2024} = \frac{1}{2^{2024}}$ 1p
 $\left|x - \frac{3}{2}\right| = \frac{1}{2}$, de unde obținem $x = 2$ sau $x = 1$1p

Subiectul 3

- a) f este continuă pe intervalele $(-\infty, 1)$ și $(1, \infty)$, f cont. în $x = 1 \Rightarrow f$ -cont. pe $\mathbb{R} \Rightarrow f$ admite primitive pe \mathbb{R} 2p
b) $\int_0^2 f(x)dx = \int_0^1 f(x)dx + \int_1^2 f(x)dx$ 1p
 $\int_0^1 f(x)dx = 1 - \frac{1}{2} \ln 2$ 1p
 $\int_1^2 f(x)dx = \frac{11}{3} \ln 2 - \frac{16}{9}$ 2p
Finalizare1p

Subiectul 4

a) Verificarea $f(x) + f(1-x) = 1$ 2p

b) $F(x) = \int f(x)dx = \frac{1}{2}\ln(e^{2x} + e) + C$ 1p

$$F(0) = 0 \Rightarrow C = -\frac{1}{2}\ln(1 + e) \text{1p}$$

c) Fie $I = \int_0^1 f(x) \sin(\pi x) dx$ și $x = 1 - t \Rightarrow I = \int_0^1 f(1 - x) \sin(\pi x) dx$ 2p

$$2I = \int_0^1 \sin(\pi x) dx = \frac{2}{\pi} \Rightarrow I = \frac{1}{\pi} \text{1p}$$