

CONCURSUL NAȚIONAL DE MATEMATICĂ APLICATĂ “ADOLF HAIMOVICI”

Faza locală, 12 februarie 2024

Clasa a IX-a

H1- Filiera tehnologică, toate profilurile și specializările

BAREM DE EVALUARE ȘI NOTARE

Subiectul 1

- a) $5 = 1 + 4 = 1^2 + 2^2$, deci $5 \in A$; 1p
 $13 = 4 + 9 = 2^2 + 3^2$, deci $13 \in A$ 1p
b) $a_n = (n + 3)^2 - (n + 1)^2 = 4n + 8 = 4(n + 2) : 4$ 2p
c) $p \in A \Rightarrow p = a^2 + b^2$, unde $a, b \in \mathbb{Z}$
 $q \in A \Rightarrow q = c^2 + d^2$, unde $c, d \in \mathbb{Z}$ 1p
 $p \cdot q = (a^2 + b^2)(c^2 + d^2) = (ac - bd)^2 + (ad + bc)^2$, deci $p \cdot q \in A$ 2p

Subiectul 2

- a) $F(x; y) = \frac{x^2 - y^2 - 2x - 2y}{x^2 - y^2} = \frac{(x + y)(x - y - 2)}{(x - y)(x + y)} = \frac{x - y - 2}{x - y}$ 2p
b) $x - y - 4 = 0 \Rightarrow x - y = 4$
 $\frac{x - y - 2}{x - y} = \frac{4 - 2}{4} = \frac{1}{2}$ 1p
c) $F(x; 1) = \frac{x - 1 - 2}{x - 1} = \frac{x - 3}{x - 1} = 1 - \frac{2}{x - 1}$ 2p
 $F(x; 1) \in \mathbb{Z} \Rightarrow \frac{2}{x - 1} \in \mathbb{Z}$. Cum $x \in \mathbb{N}$ și $(x - 1) \in D_2$, obținem $x \in \{0; 2; 3\}$
Așadar $A = \{0; 2; 3\}$ 2p

Subiectul 3

- a) Dacă x este numărul merelor din fiecare cutie, avem
 $(x + 1) + (x + 2) + \dots + (x + 10) = 145 \Rightarrow$ 1p
 $10x + 55 = 145 \Rightarrow x = 9$ 1p
b) $2a_1 + a_4 = 15 \Rightarrow a_1 + r = 5$ 1p
 $2a_2 + a_3 = 18 \Rightarrow 3a_1 + 4r = 18$ 1p
Obținem $a_1 = 2$ și $r = 3$ 1p
 $a_{21} = a_1 + 20r = 62$ 1p
 $a_1 + a_3 + a_5 + \dots + a_{21} = \frac{(a_1 + a_{21}) \cdot 11}{2} = \frac{(2 + 62) \cdot 11}{2} = 352$ 1p

Subiectul 4

- a) $f(x) = -x + 1 \Rightarrow f(f(x)) = f(-x + 1) = -(-x + 1) + 1 = x$



$$\Rightarrow f(f(f(x))) = f(x)$$

1p

b) $xy + 2x + y = 1 \Leftrightarrow x(y + 2) + (y + 2) = 3 \Leftrightarrow$
 $(x + 1)(y + 2) = 3$

1p

$$(x, y) \in \{(0; 1); (-2; -5); (2; -1); (-4; -3)\}$$

4p

$f(0) = 1$ și $f(2) = -1$, adică punctele de coordonate $(0; 1)$ și $(2; -1)$
aparțin graficului funcției f .

1p