CONCURSUL NAȚIONAL DE MATEMATICĂ APLICATĂ "ADOLF HAIMOVICI"

Faza locală, 12 februarie 2024

Clasa a IX-a

H2- Filiera teoretică-Profil real- Specializarea Științe ale naturii

Subiectul 1 (7p)

(2p) a) Dacă A = $\sqrt{7+4\sqrt{3}} + \sqrt{7-4\sqrt{3}}$, calculați $(A-5)^{2024}$.

(2p) b) Determinați n ∊ N pentru care $\frac{1}{\sqrt{2}+1}+\frac{1}{\sqrt{3}+\sqrt{2}}+\cdots+\frac{1}{\sqrt{n}+\sqrt{n-1}}=2024$.

(3p) c) Dacă a, b, c ∊ Q și ab+bc+ca = 1, arătați că $\sqrt{(1+a^2)(1+b^2)(1+c^2)}$ ∊ Q.

Subiectul 2 (7p)

(2p) a) Arătați că $[\sqrt{1}]+[\sqrt{2}]+[\sqrt{3}]+\cdots+[\sqrt{15}]=34$, unde $[\sqrt{a}]$ reprezintă partea întreagă a numărului real $\sqrt{a}$.

(5p) b) Demonstrați că pentru orice $x, y \in R$ cu $|x|<1$ și $|y|<1$ avem $\frac{x+y}{1+xy} \in (-1;1)$.

Subiectul 3 (7p)

Se consideră șirul $(a_n)_{n\geq 1}$ având suma primilor n termeni $S_n=\frac{3n^2+7n}{2}$, $n \in N^*$.

(3p) a) Arătați că $a_n = 3n+2$.

(2p) b) Arătați că $(a_n)_{n\geq 1}$ este o progresie aritmetică și aflați rația.

(2p) c) Aflați $a_k + a_{n-k+1}$.

Subiectul 4 (7p)

Se notează cu F mijlocul laturii (BC) a unui triunghi ABC, cu G mijlocul segmentului (AF) și se consideră punctele D și E astfel încât $\overrightarrow{AD}=2\overrightarrow{DB}$, $\overrightarrow{AE}=k\overrightarrow{AC}$.

(4p) a) Determinați $k \in Q$ pentru care DE și BC sunt paralele.

(3p) b) Demonstrați că $4\overrightarrow{BG}=3\overrightarrow{BA}+\overrightarrow{AC}$.

***Notă:** Timp de lucru 3 ore*

Toate subiectele sunt obligatorii

Fiecare subiect se notează de la 0 la 7 puncte.