



CONCURSUL DE MATEMATICĂ APLICATĂ „A. HAIMOVICI”
– ETAPA LOCALĂ, 10.02.2024 –

CLASA a IX-a

SECȚIUNEA H2 – filiera teoretică, profil real, specializarea științele naturii

Notă: Toate subiectele sunt obligatorii. Fiecare subiect se punctează de la 0 la 7 puncte. Pe foaia de concurs se trec rezolvările complete. Timp de lucru: 3 ore.

Subiectul 1

O progresie aritmetică are primul termen $a_1 = 1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 4 \cdot 5$ și rația $r \in \mathbb{R}^*$.

3p a) Pentru $r = 2$ determinați $n \in \mathbb{N}^*$ astfel încât $a_n = 5a_1$.

4p b) Determinați cea mai mică valoare naturală a rației pentru care progresia are cel puțin un termen număr natural prim.

Subiectul 2

Se consideră mulțimea $A = \{2^p + p^3 \mid p \in \mathbb{N}\}$.

3p a) Arătați că $2024 \in A$.

4p b) Determinați numărul natural p cu proprietatea $\left[\frac{2^4 \cdot 5^3}{2^p + p^3} \right] = 4$, unde $[x]$ reprezintă partea întreagă a lui x .

Subiectul 3

Fie patrulaterul $ABCD$ și M, N, P, Q, O mijloacele segmentelor AB, BC, CD, DA respectiv PM .

3p a) Arătați că O este mijlocul segmentului QN .

4p b) Determinați $a \in \mathbb{R}$ pentru care $\overrightarrow{MP} + \overrightarrow{QN} = a\overrightarrow{AC}$.

Subiectul 4

7p Pe un teren de antrenament pentru cicliști sunt construite piste din figura alăturată, marcate cu linie continuă. Distanțele din schiță pot fi măsurate ținând cont de unitatea de măsură marcată, ce reprezintă 1 km pe teren.

Se intenționează construirea unor piste suplimentare, reprezentate în desen prin linii punctate. Aceste piste vor porni din punctele A, B și C către mijloacele pistelor BC, AC și respectiv AB . Două dintre aceste piste vor fi perpendiculare. Stabilește care vor fi acestea și justifică răspunsul dat.

