CONCURSUL DE MATEMATICĂ APLICATĂ „A. HAIMOVICI” – ETAPA LOCALĂ, 10.02.2024 -

CLASA a IX-a
SECȚIUNEA H1 – filiera tehnologică, toate profilurile și specializările

Notă: Toate subiectele sunt obligatorii. Fiecare subiect se punctează de la 0 la 7 puncte. Pe foaia de concurs se trec rezolvările complete. Timp de lucru: 3 ore.

Subiectul 1

Un primar a fost informat că, în medie, un locuitor din comuna lui a produs 300 kg de deşeuri în anul 2023 şi s-a hotărât să înceapă o campanie de sensibilizare cu privire la reciclarea deşeurilor. El speră ca, pe această cale, să reducă producţia de deşeuri cu 2% pe an, începând din 2024.

3p **a)** Care va fi cantitatea de deşeuri, în kg produsă de un locuitor în 2024? Dar în 2025?

4p **b)** Pentru orice număr natural n se notează cu d_n cantitatea de deşeuri, măsurată în kg din anul $2023+n$ (deci $d_0=300$). Pentru orice $n\in\mathbb{N}$, exprimaţi d_{n+1} în funcţie de d_n şi determinați o formulă generală de calcul pentru d_n.

Subiectul 2

3p **a)** Demonstraţi că $\frac{1}{n(n+1)}<\frac{1}{n^2}<\frac{1}{n(n-1)}$ oricare ar fi numārul natural $n>1$.

4p **b)** Determinaţi partea întreagā a numărului $S=\frac{1}{1^2}+\frac{1}{2^2}+\frac{1}{3^2}+...+\frac{1}{2024^2}$.

Subiectul 3

Se consideră patrulaterul $ABCD$ şi punctele E şi F mijloacele laturilor AB, respectiv CD.

3p **a)** Arătaţi că $\overrightarrow{EF}=\frac{1}{2}\left(\overrightarrow{BC}+\overrightarrow{AD}\right)$.

4p **b)** Dacă punctul M este situat pe segmentul EF, astfel încât $\overrightarrow{EM}=\frac{2}{3}\overrightarrow{EF}$, determinaţi numerele reale a, b, c astfel încât $\overrightarrow{CM}=a\overrightarrow{BC}+b\overrightarrow{AD}+c\overrightarrow{AB}$.

Subiectul 4

Se consideră mulțimea $A=\{1,2,...,2024\}$ şi numerele $c=\min(A)$, iar $d=\max(A)$.

3p **a)** Într-un reper cartezian se dau punctele $P(n^2,c)$, $Q(c,d)$, $R(2n,d)$ şi $S(d-1,c)$, cu $n\in A$. Determinați n pentru care $PQRS$ este un paralelogram.

4p **b)** Determinaţi toate perechile de numere (a,b), cu $a,b\in A$, $a<b$, astfel încât media geometrică a numerelor a şi $\frac{1}{b}$ să fie egală cu 11.