CONCURSUL NAȚIONAL DE MATEMATICĂ APLICATĂ "ADOLF HAIMOVICI"

Faza locală, 12 februarie 2024

Clasa a IX-a

H2- Filiera teoretică-Profil real- Specializarea Științe ale naturii

BAREM DE EVALUARE ȘI NOTARE

Subiectul 1

a) A = $\left|2+\sqrt{3}\right| + \left|2-\sqrt{3}\right|$ = 4, $(A-5)^{2024} = 1$ **2p**

b) Se raționalizează numitorii și după reducerea termenilor asemenea se obține $-1+\sqrt{n} = 2024$, adică n = 2025^2 **2p**

c) Se observă că $1+a^2 = ab+bc+ca+a^2 = (a+c)(a+b)$, $1+b^2 = (b+a)(b+c)$ și **2p**

$1+c^2 = (c+a)(c+b)$

$$\sqrt{(1+a^2)(1+b^2)(1+c^2)} = \sqrt{(a+b)^2(a+c)^2(b+c)^2} =$$

$$= |a+b| \cdot |a+c| \cdot |b+c| \in Q$$ **1p**

Subiectul 2

a) **2p**

$$[\sqrt{1}] + [\sqrt{2}] + [\sqrt{3}] + \cdots + [\sqrt{15}] =$$
$$([\sqrt{1}] + [\sqrt{2}] + [\sqrt{3}]) + ([\sqrt{4}] + [\sqrt{5}] + [\sqrt{6}] + [\sqrt{7}] + [\sqrt{8}]) +$$
$$+([\sqrt{9}] + [\sqrt{10}] + [\sqrt{11}] + [\sqrt{12}] + [\sqrt{13}] + [\sqrt{14}] + [\sqrt{15}]) =$$
$$= 1 \cdot 3 + 2 \cdot 5 + 3 \cdot 7 = 34$$

b) Din $|x| < 1$ și $|y| < 1 => |xy| < 1 \ <=> -1 < xy < 1 \ => 1 + xy > 0$ **1p**

Atunci $\frac{x+y}{1+xy} + 1 = \frac{(x+1)(y+1)}{1+xy} > 0 => \frac{x+y}{1+xy} > -1$ și **2p**

$\frac{x+y}{1+xy} - 1 = \frac{(x-1)(1-y)}{1+xy} < 0 => \frac{x+y}{1+xy} < 1$. Așadar $\frac{x+y}{1+xy} \in (-1;1)$ **2p**

Subiectul 3

a) $a_n = S_n - S_{n-1} = 3n+2$ și **2p**

$a_1 = S_1 = 5$, deci $a_n = 3n+2$ **1p**

b) $a_{n+1} - a_n = r$ **1p**

$r = 3$ **1p**

c) $a_1 + a_n = 3n+7$ **1p**

$a_k + a_{n-k+1} = 3n+7$ **1p**

Subiectul 4

a) Din DE∥ BC rezultă că $\frac{AD}{DB} = \frac{AE}{EC}$, adică $\frac{AE}{EC} = 2$. Avem că $\frac{AE}{AC} = \frac{2}{3}$ **3p**

$\overrightarrow{AE} = \frac{2}{3}\overrightarrow{AC} =>$ k = $\frac{2}{3}$ **1p**

b) Din $2\overrightarrow{BG} = \overrightarrow{BA} + \overrightarrow{BF}$ rezultă că $4\overrightarrow{BG} = 2\overrightarrow{BA} + 2\overrightarrow{BF} = 2\overrightarrow{BA} + \overrightarrow{BC}$ **2p**

Cum $\overrightarrow{BC} = \overrightarrow{BA} + \overrightarrow{AC}$, obținem $4\overrightarrow{BG} = 3\overrightarrow{BA} + \overrightarrow{AC}$ **1p**