



## CONCURSUL NAȚIONAL DE MATEMATICĂ APLICATĂ „ADOLF HAIMOVICI”

Secțiunea H2 - clasele IX-XII, filiera teoretică, profil real, specializarea științe ale naturii

ETAPA LOCALĂ – 9 FEBRUARIE 2024

CLASA A XI-A

1. Să se determine parametrii reali  $a, b, c \in \mathbb{R}$  astfel încât să fie îndeplinită egalitatea  $\lim_{x \rightarrow \infty} (\sqrt{x^4 + 2x^3} - ax^2 - bx - c) = 0$ .
2. Fie o funcție  $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$  cu proprietatea  $f(x + y) = f(x) + f(y)$  oricare ar fi  $x, y \in \mathbb{R}$ .
  - a) Demonstrați că  $f$  este impară;
  - b) Demonstrați că dacă  $f$  este strict crescătoare pe  $\mathbb{R}$ , atunci  $\lim_{x \rightarrow \infty} f(x) = +\infty$ .
3. Fie matricea  $A = \begin{pmatrix} 2023^x & (\ln 2)^x & 2024^x \\ 2024^x & 2023^x & (\ln 2)^x \\ (\ln 2)^x & 2024^x & 2023^x \end{pmatrix}$ , unde  $x$  este un număr real.

Să se arate că matricea  $A$  nu este inversabilă dacă și numai dacă  $x=0$ .
4. Într-un parc, un porumbel zboară dintr-un copac situat într-un punct  $A(1,3)$  în alt copac situat în punctul  $B(-1,9)$ , pe drumul cel mai scurt.
  - a) Stabiliți dacă porumbelul, în zborul său, întâlnește un stâlp de iluminat public situat în punctul  $C(\frac{1}{3}, 5)$ .
  - b) Scrieți ecuația dreptei pe care se deplasează porumbelul.

### Notă:

Timpul de lucru este de 3 ore.

Toate subiectele sunt obligatorii.

Fiecare subiect se notează de la 0 la 7.

Nu se acordă puncte din oficiu.