



Olimpiada Națională de Matematică
Etapa Locală, județul Alba
17.02.2024
Clasa a VII-a

1. a) Fie $A = 2023^{2023} + 2024^{2024} + 2025^{2025}$. Arătați că \sqrt{A} este număr irațional.

b) Demonstrați că $\sqrt{a+b+c}$ este număr irațional, dacă $(\overline{ab2}, \overline{bc7}, \overline{ca8}) = 3$, unde prin (x, y, z) înțelegem c.m.m.d.c al numerelor x, y, z .

2. a) Arătați că nu există numerele raționale a și b astfel încât:

$$\sqrt{3(a-1)^2} + \sqrt{75} = \sqrt{(b+2)^2} - \sqrt{(1-\sqrt{3})^2}.$$

b) Determinați numerele naturale a și b astfel încât: $\sqrt{20a^2 + 24b^2 + 1} = 20 + 24 + 1$.

3. Fie E un punct pe latura DC a pătratului $ABCD$, AN bisectoarea unghiului $\angle EAB$, $N \in BC$ și P punctul de intersecție a dreptelor AE și BC . Perpendiculara din P pe NE intersectează dreapta DC în M . Demonstrați că:

- a) NA este bisectoarea unghiului $\angle MNB$;
- b) $MN = DM + BN$;
- c) $\angle MAN = 45^\circ$.

G.M

4. a) Să se arate că nu există un triunghi cu lungimile înălțimilor $1, \sqrt{3}, 1 + \sqrt{3}$.

b) Se consideră trapezul isoscel $ABCD$ ($AB \parallel CD$, $AB > CD$). Știind că înălțimea MN a trapezului este egală cu linia mijlocie EF , arătați că diagonalele trapezului sunt perpendiculare.

NOTĂ: Toate subiectele sunt obligatorii.

Timpul de lucru este de 3 ore.

Fiecare subiect se punctează de la 0 la 7 puncte.

Succes!