



Olimpiada Națională de Matematică
Etapa Locală, județul Alba
17.02.2024
Clasa a VI-a

SUBIECTE

1. Pe parcursul anului 2022, la un magazin de jucării s-au vândut 235 de roboți. În fiecare lună, numărul roboților vânduți a fost 16, 20 sau 25. Determinați numărul de luni în care s-au vândut exact 20 de roboți.
(GM nr. 6-7-8/2023)
2. Considerăm unghiurile $\angle XOY$ și $\angle YOZ$, adiacente și suplementare. Pe semidreapta (OY) fixăm un punct P . Paralela prin P la bisectoarea lui $\angle XOY$ intersectează semidreapta (OZ) în punctul M .
 - a) Arătați că $\angle OPM \equiv \angle OMP$.
 - b) Arătați că bisectoarea lui $\angle YOZ$ este perpendiculară pe dreapta PM .
3. Doi prieteni au plecat în excursie cu o companie aeriană având împreună 60 kg de bagaje. Prețul biletului eliberat de această companie aeriană dă dreptul la transportarea gratuită a unui număr maxim fixat de kilograme, pasagerii urmând să plătească o taxă suplimentară pentru fiecare kilogram pe care bagajul lor îl are în plus. Pentru depășirea cantităților admise cele două persoane au plătit suplimentar 40 de lei, respectiv 72 de lei, sumele acestea fiind direct proporționale cu numărul kilogramelor de bagaj în plus. Dacă o persoană ar fi călătorit singură, luând cele 60 kg de bagaj, atunci ar fi plătit 296 de lei pentru cantitatea de bagaj în plus. Care este numărul maxim de kilograme pe care le poate transporta o persoană fără să plătească taxe suplimentare la acea companie aeriană?
4. Pe un cerc $C(O; R)$ considerăm în ordinea rotirii acelor de ceasornic punctele $A_1; A_2; A_3; \dots; A_{2n}$ astfel încât A_i și A_{n+i} să fie diametral opuse pentru orice $i \in \{1; 2; \dots; n\}$.
 - a) Pentru $n=5$ arătați că punctele date determină pe cerc cel puțin două arce cu măsura mai mică sau egală cu 36° .
 - b) Dacă M și P sunt respectiv mijloacele arcelor $\widehat{A_i A_{i+1}}$ și $\widehat{A_{n+i} A_{n+i+1}}$ demonstrați că M și P sunt puncte diametral opuse pentru orice $i \in \{1; 2; \dots; n-1\}$.

NOTĂ:

Toate subiectele sunt obligatorii.

Timpu de lucru este de trei ore.

Fiecare subiect se punctează cu 7 puncte.

Succes!