Olimpiada naţională de matematică

etapa locală, 11.02.2023

Clasa a V-a

Problema 1.

a) Rendezd növekő sorrende az $x = 2^{3^4}$, $y = 3^{4^2}$ és $z = 4^{2^3}$ számokat.

b) Határozd meg a $21^{2023} - 10$ szám 63-mal való osztási maradékát.

Problema 2.

Határozd meg az $\overline{abcd}$ alakú természetes számokat melyekre $2^a + 10 \cdot b = \overline{ab}$, valamint ha az $\overline{abc}$ alakú számot elosztjuk a $\overline{cd}$ számmal, a hányados 7 és a maradék 30.

Problema 3.

Egy urnában 10 golyó van. A golyók 1-től 10-ig vannak megszámozva. Kiveszünk egy golyót és az asztalra helyezzük egysorba, a következő szabály alpján:

- ha az asztalon páros számú golyó található akkor a kivett golyót a sor közepére helyezzük;
- ha az asztalon páratlan számú golyó található akkor a kivett golyót a sor jobboldali végére helyezzük.

Miután minden golyót kivettünk az urnából az asztalon, balról jobbra, a golyókon lévő számok sorrendje 5, 9, 2, 4, 10, 7, 6, 1, 8, 3 volt. Milyen sorrendbe vettük ki a golyókat az urnából ?

Problema 4.

Vegyünk egy háromszöget és az 1, 2, 3 természetes számokat. Játsszuk a következő játékot:

1 lépés: a háromszög csúcsaiba rendre beírjuk az adott számokat.

2 lépés: a háromszög csúcsaiban található számokat helyettesítjük a másik két szám összegével .

3 lépés: megismételjük a második lépést.

a) Ugyanígy folytatva a lépéseket, határozzátok meg milyen számok lesznek a háromszög csúcsiban a 4-ik lépés után.

b) Ugyanígy folytatva a lépéseket, határozzátok meg a háromszög csúcsiban lévő számok összegét a 2022-ik lépés után.

Notă: Timp de lucru 2 ore.
Rezolvarea fiecărei probleme este obligatorie.
Pentru fiecare problemă rezolvată corect se acordă 7 puncte.

SUCCES!