Olimpiada naţională de matematică

etapa locală, 11.02.2023

Clasa a VII-a

Problema 1.

Adottak az :

$$a = 2\sqrt{6}\left(\frac{3}{\sqrt{2}} - \frac{5}{\sqrt{3}}\right) + 3\left|2\sqrt{3} - 3\sqrt{2}\right|$$

$b = 2\left|3\sqrt{3} - 4\sqrt{2}\right| - 3\sqrt{\left(2\sqrt{3} - 3\sqrt{2}\right)^2} + 1$ számok.

a) Mutasd ki, hogy $a < 0$.

b) Igazold, hogy $b = 1 - \sqrt{2}$.

c) Számítsd ki $(a - b)^{2021}$.

Problema 2.

Igazold, hogy

$$\frac{8}{1^2 \cdot 3^2} + \frac{16}{3^2 \cdot 5^2} + \frac{24}{5^2 \cdot 7^2} + \ldots\ldots + \frac{8n}{(2n-1)^2 \cdot (2n+1)^2} < 1,$$

bármilyen n nullától különböző természetes számra.

Problema 3.

Az *ABCD* négyzet *AB* oldalán felvesszük az *E* pontot ($B \in (AE)$) úgy, hogy az *OEB* szög mértéke 30°, ahol $\{O\} = AC \cap BD$. Az O pontban, az OE egyenesre emelt merőleges a *BC* egyenest az *F* pontban metszi. Igazold, hogy az *OEF* háromszög egyenlő szárú és *OE* = *AB*.

Problema 4.

Bizonyítsd be, hogy az *ABCD* egyenlő szárú trapézban $(AB \parallel CD,\ AB > CD)$ a magasság egyenlő a trapéz középvonalával akkor és csak akkor ha az átlók merőlegesek egymásra.

Notă: Timp de lucru 3 ore.

Rezolvarea fiecărei probleme este obligatorie.

Pentru fiecare problemă rezolvată corect se acordă 7 puncte.

SUCCES!