# Olimpiada naţională de matematică

**etapa locală, 11.02.2023**

**Clasa a VII-a**

**Problema 1.**

Se dau numerele:

$$a = 2\sqrt{6}\left(\frac{3}{\sqrt{2}} - \frac{5}{\sqrt{3}}\right) + 3\left|2\sqrt{3} - 3\sqrt{2}\right|$$

$$b = 2\left|3\sqrt{3} - 4\sqrt{2}\right| - 3\sqrt{\left(2\sqrt{3} - 3\sqrt{2}\right)^2} + 1$$

a) Arătați că numărul $a < 0$.

b) Arătați că $b = 1 - \sqrt{2}$.

c) Calculați $(a - b)^{2021}$.

**Problema 2.**

Arătați că, pentru orice n număr natural nenul are loc inegalitatea:

$$\frac{8}{1^2 \cdot 3^2} + \frac{16}{3^2 \cdot 5^2} + \frac{24}{5^2 \cdot 7^2} + \ldots\ldots + \frac{8n}{(2n-1)^2 \cdot (2n+1)^2} < 1.$$

**Problema 3.**

Pe latura $AB$ a pătratului $ABCD$ se consideră un punct $E$ $\left(B \in (AE)\right)$, astfel încât $m(\sphericalangle OEB) = 30^\circ$, unde $\{O\} = AC \cap BD$. Perpendiculara în $O$ pe $OE$ intersectează dreapta $BC$ în $F$. Arătați că triunghiul $EOF$ este isoscel și $OE = AB$.

**Problema 4.**

Arătați că într-un trapez isoscel $ABCD$ $(AB \parallel CD, AB > CD)$ înălțimea este egală cu linia mijlocie dacă și numai dacă diagonalele sunt perpendiculare.

**Notă:** Timp de lucru 3 ore.
Rezolvarea fiecărei probleme este obligatorie.
Pentru fiecare problemă rezolvată corect se acordă 7 puncte.

***SUCCES!***