Olimpiada de Matematică
Etapa locală, Neamț
11.02.2023
Clasa a VIII-a

Subiectul 1

a) Demonstrați că $\sqrt{2n+\sqrt{4n^2-1}}=\frac{\sqrt{2n+1}+\sqrt{2n-1}}{\sqrt{2}}$, $(\forall)$ $n\in\mathbb{N}^*$.

b) Fie $A_n=\frac{1}{\sqrt{2+\sqrt{3}}}+\frac{1}{\sqrt{4+\sqrt{15}}}+\frac{1}{\sqrt{6+\sqrt{35}}}+\cdots+\frac{1}{\sqrt{2n+\sqrt{4n^2+1}}}$, $n\in\mathbb{N}^*$.

Determinați $n\in\mathbb{N}^*$ pentru care $\sqrt{7}\cdot A_n=\sqrt{2016}$.

Subiectul 2

Fie x, m, n $\in\mathbb{R}$ astfel încât $|x-m|\le 2$ si $|x-n|\le 2$, demonstrați că:

$|x-\frac{m+n}{2}|\le 2$ și $|x^2-m\cdot n|-4|m|\le 4$.

Subiectul 3

Pe planul triunghiului ABC , cu laturile AB=2 , BC= $\sqrt{3}$, AC=1 se ridică perpendiculara AM = $\sqrt{2}$.

a) Arătați că MC și BC sunt perpendiculare.
b) Aflați măsura unghiului dintre MC și (ABM).

Subiectul 4

În paralelipipedul dreptunghic ABCDA’B’C’D’ cu AB=$12\sqrt{3}cm$, BC=12cm și AA’=18cm se consideră un punct N pe muchia A’B’ astfel încât A’N=3B’N. Determinați poziția punctului P€(AA’) astfel încât pentru orice punct M $\in$(BC) triunghiul MNP să fie dreptunghic în N.

Notă: Toate subiectele sunt obligatorii. Fiecare subiect se punctează de la 0 la 7 puncte.
Pe foaia de concurs se trec rezolvările complete. Timp de lucru: 3 ore.