



Olimpiada de Matematică
Etapa locală, Neamț
11.02.2023
Clasa a VII-a

Subiectul 1

Să se găsească numerele întregi x și y pentru care are loc relația

$$\|x - 3\| + \|y - 2 \cdot x\| = 3.$$

Subiectul 2

a) Să se determine cifrele a și b astfel încât: $\sqrt{b7b} = \overline{ab}$.

b) Dacă $x, y, z \in \mathbb{Q}_+$ și $x \cdot y + y \cdot z + z \cdot x = 2023$, arătați că:

$$\sqrt{(x^2 + 2023) \cdot (y^2 + 2023) \cdot (z^2 + 2023)} \in \mathbb{Q}.$$

Subiectul 3

Considerăm un dreptunghi ABCD. Perpendiculara AM pe BD ($M \in BD$), intersectează BC și DC în E și F. Arătați că $\frac{1}{AM} = \frac{1}{AF} + \frac{1}{AE}$.

Subiectul 4

Fie M un punct interior triunghiului ABC astfel încât $\widehat{ABM} \equiv \widehat{ACM}$. Dacă P și Q sunt proiecțiile punctului M pe AB, respectiv AC și E mijlocul segmentului $[BC]$, să se arate că $[EP] \equiv [EQ]$.

Notă: Toate subiectele sunt obligatorii. Fiecare subiect se punctează de la 0 la 7 puncte.

Pe foaia de concurs se trec rezolvările complete. Timp de lucru: 3 ore.