

OLIMPIADA NAȚIONALĂ DE MATEMATICĂ
ETAPA LOCALĂ - 11 februarie 2023
CLASA a V-a

BAREM DE EVALUARE ȘI NOTARE

- Pentru orice soluție corectă, chiar dacă este diferită de cea din barem, se acordă punctajul corespunzător.
- Nu se acordă fracțiuni de punct, dar se pot acorda punctaje intermediare pentru rezolvări parțiale, în limitele punctajului indicat în barem .

Subiectul 1: *Fie: $x = [3^{121} : 9^{60} + (5^3)^2 : (5^2)^2] : 2^2$ și $y = 10^2 : \{23 + 34 : [(2 \cdot 3^2)^2 : 18 - 17^0 : 1^{2023}]\}$*

Să se arate că numărul $x^{2021} + 2022^y$ nu este pătrat perfect.

Soluție:

$x=7$ 2p

$y=4$ 2p

$U(x^{2021} + 2022^y) = U(7^{2021} + 2022^4) = 3$, deci nu e P.P.3p

Subiectul 2: *Determinați numerele naturale de forma \overline{abc} care prin împărțirea la 7 dau câtul \overline{bc} și restul a .*

Soluție:

$\overline{abc} = 7 \cdot \overline{bc} + a, \quad a < 7$ 1p

$100a + \overline{bc} = 7 \cdot \overline{bc} + a \Rightarrow 33a = 2\overline{bc}$ 2p

Rezultă $2 / a$ și $33 / \overline{bc}$ 2p

Numerele sunt: 233, 466, 699 3p

Subiectul 3: *Fiul și fiica au suma vârstelor cu 49 ani mai mică decât suma vârstelor părinților lor. Băiatul este cu 2 ani mai mare decât fata, iar soțul cu un an mai mare decât soția. Aflați vârsta fiecăruia știind că suma vârstelor lor este 101 ani.*

Soluție:

Fiul + fiica: $(101-49):2=26$ ani 2p

Fiica: $(26-2):2=12$ ani 1p

Fiul: $12+2=14$ ani 1p

Soțul + soția: $101-26=75$ ani 1p

Soția: $(75-1):2=37$ ani 1p

Soțul: $37+1=38$ ani 1p

Subiectul 4: *Determinați numerele naturale de forma \overline{aaa} care se descompun în câte o sumă de 21 numere consecutive, precum și descompunerile respective.*

(GM 11/2022)

$\overline{aaa} = n + (n+1) + \dots + (n+20)$ 2p

$111 \cdot a = 21 \cdot n + 21 \cdot 10$, deci $37 \cdot a = 7(n+10)$ 2p

$7 / a \Rightarrow a = 7$, deci numărul este 777 2p

$n=27$, deci $777 = 27 + 28 + \dots + 47$ 1p