



**A 73-a Olimpiadă Națională de Matematică**  
**Etapă zonală, 11 februarie 2023**  
**Clasa a VIII-a**

**Problema 1.** Fie mulțimile

$$A = \left\{ x \in \mathbb{R} \mid \left| \frac{2x-1}{3} \right| \leq 2023 \right\} \text{ și } B = \{ x \in \mathbb{Z} \mid x \text{ este multiplul lui } 7 \}.$$

- a) Scrieți mulțimea  $A$  sub formă de interval.
- b) Determinați numărul elementelor mulțimii  $A \cap B$ .

**Problema 2.**

- a) Calculați valoarea numărului real  $x$ , unde

$$x = \left[ (5 - 2\sqrt{6})^{2023} + \frac{1}{(5 + 2\sqrt{6})^{2023}} \right] \cdot \frac{(10 + 4\sqrt{6})^{2023}}{2^{2024}}.$$

- b) Determinați  $a, b \in \mathbb{Q}$ , astfel încât

$$a(\sqrt{2} + 2) + \sqrt{2} = b(2\sqrt{2} + 1) + 2.$$

**Problema 3.** Fie  $ABCD$  un dreptunghi cu laturile  $AB = 10$  cm și  $BC = 5$  cm. De aceeași parte a planului dreptunghiului se ridică perpendicularele  $AA'$ ,  $BB'$ ,  $CC'$  și  $DD'$  astfel încât  $AA' = 12$  cm,  $BB' = 6$  cm și  $CC' = 10$  cm. Fie  $M$  și  $N$  mijloacele segmentelor  $A'C'$ , respectiv  $B'D'$ .

- a) Demonstrați că dreapta  $MN$  este perpendiculară pe planul  $(ABC)$ .
- b) Dacă  $MN = 1$  cm, calculați lungimea segmentului  $DD'$ .

**Problema 4.** Pe planul triunghiului  $ABC$  se ridică perpendiculara  $AD$ . Fie  $G_1, G_2, G_3, G_4$  centrele de greutate ale triunghiurilor  $ABC, DBC, DAB$ , respectiv  $DAC$ . Demonstrați că:

- a)  $G_1G_2 \perp G_3G_4$ ;
- b)  $AD = BC$  dacă și numai dacă  $G_1G_2 = G_3G_4$ .

*Gazeta Matematică*

*Toate problemele sunt obligatorii, justificați răspunsurile date!*

*Timp de lucru 3 ore.*

*Toate problemele sunt notate de la 0 la 7 puncte.*