Olimpiada Naţională de Matematică
Etapa locală
25 februarie 2023
Clasa a XI-a

Subiecte:

1. **Fie matricea** $A = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 \\ 2 & 0 & 2 \end{pmatrix}$.

   Determinaţi $n \in N^*$ **astfel încât** $A^n + A^{n+2} = 90A$.

   (S.G.M.)

2. **Fie matricea** $A \in M_n(R)$ **astfel încât** $2A^3 = A + 2I_n$, **unde** $n \geq 3$. **Să se arate că** $det(A) > 0$.

3. **Studiaţi convergenţa şirului de numere reale** $(x_n)_{n\geq 1}$, **ştiind că** $x_1 = \frac{1}{10}$ **şi** $x_{n+1} = 2x_n - 5x_n^2, \forall n \geq 1$. **Determinaţi limita şirului, în cazul în care aceasta există.**

4. **A) Studiaţi convergenţa şirului** $s_n = 1 + \frac{1}{2^2} + \frac{1}{3^2} + \frac{1}{4^2} + \cdots + \frac{1}{n^2}$.

   B) Ştiind că $\lim_{n\to\infty} s_n = \frac{\pi^2}{6}$, **calculaţi**

$$\lim_{n\to\infty}\left(1 + \frac{1}{3^2} + \frac{1}{5^2} + \cdots + \frac{1}{(2n+1)^2}\right).$$

Notă: Fiecare subiect este notat cu 7p

Timp de lucru 3 ore

Strada Victoriei nr.132-134
Tg-Jiu, cod 210234
Telefon: 0253-227177
Fax : 0253-224750
http://isj.gj.edu.ro, e-mail :isjgorj@yahoo.com, isjgj@utgjiu.ro