

## Olimpiada Națională de Matematică

Etapă locală – 25 februarie 2023 –

Clasa a V-a

Barem de notare

1. Determinați numărul  $\overline{abcd}$  astfel încât  $\overline{abcd} + 7 \cdot \overline{abc} = 2023$

$10 \cdot \overline{abc} + d + 7 \cdot \overline{abc} = 2023$	1 p
$17 \cdot \overline{abc} + d = 2023$	1 p
$d = 2023 - 17 \cdot \overline{abc}$	1 p
$d = 17 \cdot (119 - \overline{abc})$	1 p
$d=0$ și $119 - \overline{abc} = 0$	1 p
$d=0$ și $\overline{abc} = 119$	1 p
$\overline{abcd} = 1190$	1 p

2. Fiecare dintre numerele 1,2,3, ... , 2023 se împarte cu rest la 1011.

- Să se calculeze suma tuturor câturilor obținute.
- Să se calculeze suma tuturor resturilor obținute.

a)	$\underbrace{0 + 0 + 0 + \dots + 0}_{\text{de } 1010\text{-ori}} + \underbrace{1 + 1 + 1 + \dots + 1}_{\text{de } 1011\text{-ori}} + 2 + 2 =$	2 p
	$= 1015$	1 p
b)	$(1 + 2 + 3 + \dots + 1010) + (0 + 1 + 2 + 3 + \dots + 1010) + 0 + 1 =$	2 p
	$= 2 \cdot (1 + 2 + 3 + \dots + 1010) + 1 =$	1 p
	$= 1010 \cdot 1011 + 1 = 1.021.111$	1 p

3. a) Să se arate că  $11^5 > 2^{17}$ .

b) Comparați numerele  $a = 3^{16} \cdot 11^{10}$  și  $b = 2^{56}$ .

(S.G.M.)

a)	$11^5 = 161.051$	1 p
	$2^{17} = 131.072$	1 p
b)	Soluția 1	
	$b = 2^{22} \cdot 2^{34}$	1 p
	$11^{10} = (11^5)^2 > (2^{17})^2 = 2^{34}$	1 p
	Arătăm că $3^{16} > 2^{22}$ sau $3^8 > 2^{11}$	1 p
	$3^8 = (3^2)^4 = 9^4 > 8^4 = (2^3)^4 = 2^{12} > 2^{11}$	1 p
	$\left. \begin{matrix} 3^{16} > 2^{22} \\ 11^{10} > 2^{34} \end{matrix} \right\} \Rightarrow a > b$	1 p
	Soluția 2	
	$3^{16} \cdot 11^{10} = 3^6 \cdot 3^{10} \cdot 11^{10} = 3^6 \cdot (3 \cdot 11)^{10} =$	2 p
	$= 3^6 \cdot 33^{10} > 2^6 \cdot 32^{10} =$	2 p
	$= 2^6 \cdot (2^5)^{10} = 2^6 \cdot 2^{50} = 2^{56}$	1 p

4. Se scrie șirul numerelor naturale nenule sub forma următorului tabel:

1

2 3

4 5 6

7 8 9 10

.....

.....

a) Care este primul și ultimul număr de pe rândul 23?

b) Care este suma tuturor numerelor de pe rândul 23?

a)	Rândul $n$ are $n$ numere.	1 p
	Primul număr de pe rândul $n$ este dat de $1 + 2 + 3 + \dots + (n - 1) + 1 = n \cdot (n - 1) : 2 + 1$	1 p

Strada Victoriei nr.132-134

Tg-Jiu, cod 210234

Telefon: 0253-227177

Fax : 0253-224750

<http://isj.gj.edu.ro>, e-mail : [isjgorj@yahoo.com](mailto:isjgorj@yahoo.com), [isjgj@utgjiu.ro](mailto:isjgj@utgjiu.ro)

	Primul număr de pe rândul 23 este 254.	1 p
	Ultimul număr de pe rândul $n$ este dat de $1 + 2 + 3 + \dots + n = n \cdot (n + 1) : 2$	1 p
	Ultimul număr de pe rândul 23 este 276.	1 p
b)	$254 + 255 + 256 + \dots + 276 = (254 + 276) \cdot 23 : 2 =$	1 p
	$= 265 \cdot 23 = 6095.$	1 p