

Olimpiada Națională de Matematică

Etapa locală

25 februarie 2023

Clasa a IX-a

Subiecte:

1. Rezolvați în \mathbb{R} ecuația $[x] + [x + \frac{1}{3}] = [2x]$

(S.G.M.)

2. Să se arate că dacă $a, b, c > 0$ atunci :

a) $\frac{a}{b} + \frac{b}{a} \geq 2$

b) $\frac{a}{b+c} + \frac{b}{a+c} + \frac{c}{a+b} \geq \frac{3}{2}$

3. Fie $2n+1$ numere reale mai mari decât 1 și mai mici ca 2^n .

Să se arate că există trei dintre ele care pot fi lungimile laturilor unui triunghi.

4. Coardele (AB) și (CD) ale unui cerc de centru O sunt perpendiculare și se intersectează în punctul P.

Arătați că $\overrightarrow{PA} + \overrightarrow{PB} + \overrightarrow{PC} + \overrightarrow{PD} = 2 \overrightarrow{PO}$

Notă: Fiecare subiect este notat cu 7p

Timp de lucru 3 ore