



Olimpiada de Matematică – etapa locală – Galați
11 februarie 2023

Clasa a 7-a

Problema 1.

a) Să se demonstreze inegalitatea: $\frac{1}{\sqrt{37}} + \frac{1}{\sqrt{45}} + \frac{1}{\sqrt{61}} < \frac{1}{\sqrt{27}} + \frac{1}{\sqrt{32}} + \frac{1}{\sqrt{48}}.$

b) Să se determine numerele raționale a și b , știind că:

$$(2 \cdot a + b) \cdot \sqrt{27} + (a - 3 \cdot b) \cdot \sqrt{2} = (a + 2 \cdot b - 22) \cdot \sqrt{3} + (b - 10) \cdot \sqrt{8}.$$

Problema 2. Se consideră triunghiul ABC în care bisectoarea unghiului $\sphericalangle BAC$ și mediana laturii AC sunt perpendiculare; fie O punctul lor de intersecție. Se notează cu M, N, P , respectiv, mijloacele laturilor BC, CA, AB . Demonstrați că:

a) punctele M, O și P sunt coliniare;

b) $MN \equiv MO$.

Problema 3. Se consideră următorul tabel în care linia n conține n numere:

$\sqrt{1}$						
$\sqrt{3}$	$\sqrt{5}$					
$\sqrt{7}$	$\sqrt{9}$	$\sqrt{11}$				
$\sqrt{13}$	$\sqrt{15}$	$\sqrt{17}$	$\sqrt{19}$			
$\sqrt{21}$	$\sqrt{23}$	$\sqrt{25}$	$\sqrt{27}$	$\sqrt{29}$		
$\sqrt{31}$	$\sqrt{33}$	$\sqrt{35}$	$\sqrt{37}$	$\sqrt{39}$	$\sqrt{41}$	
...

a) Să se determine câte linii ale tabelului au primul element un număr rațional.

b) Să se calculeze partea întreagă a primului element de pe linia 2023.

Problema 4. Fie E un punct pe latura DC a pătratului $ABCD$, AN bisectoarea unghiului $\sphericalangle EAB$, $N \in BC$ și P punctul de intersecție a dreptelor AE și BC . Perpendiculara din P pe NE intersectează dreapta DC în M . Demonstrați că:

a) NA este bisectoarea unghiului $\sphericalangle MNB$;

b) $MN = DM + BN$;

c) $\sphericalangle MAN = 45^\circ$.

Problema E:16397 din GM nr.10/2022

Timp de lucru 3 ore

Fiecare problemă este notată cu 7 puncte