INSPECTORATUL ȘCOLAR JUDEȚEAN
ILFOV

MINISTERUL EDUCAȚIEI

**OLIMPIADA NAȚIONALĂ DE MATEMATICĂ**
**ETAPA LOCALĂ 18.02.2023**
**CLASA a IX-a**

- *Nu se acorda puncte din oficiu.*
- *Pentru orice solutie corecta, diferita de cea din barem, se acorda punctajul corespunzator.*
- *Fiecare exercitiu este punctat de la 0 la 7.*

## SUBIECTUL I (7 puncte)

**a)** Calculati: $\left[\dfrac{1}{5\sqrt{2}-7}\right]$, unde $[a]$ este partea intreaga a numarului $a$. *2p*

**b)** Sa se arate ca $f(n)=\left[\dfrac{n^2}{3}\right]+\left[\dfrac{(n+1)^2}{3}\right]+\left[\dfrac{(n+2)^2}{3}\right]$, unde $[x]$ este partea intreaga a numarului , este patrat perfect. *5p*

## SUBIECTUL II (7 puncte)

Fie sirul $(a_n)_{n\geq 1}$ de numere naturale ai carui termeni formeaza o progresie aritmetica cu $a_1=1$. Fie $m \in \mathbb{N}^*$ astfel incat $\dfrac{1}{\sqrt{a_1}+\sqrt{a_2}}+\dfrac{1}{\sqrt{a_2}+\sqrt{a_3}}+\ldots+\dfrac{1}{\sqrt{a_m}+\sqrt{a_{m+1}}}=\dfrac{4}{5}$. Determinati restul impartirii lui $m$ la $16$.

## SUBIECTUL III (7 puncte)

a) Fie $x, y, z \in \mathbb{R}$ astfel încât $x^2+y^2+z^2=1$. Arătați că $-\sqrt{3} \leq x+y+z \leq \sqrt{3}$. *4p*

b) Să se arate că $\frac{\sqrt{12}}{7}+\frac{\sqrt{30}}{11}+\frac{\sqrt{56}}{15}+\cdots+\frac{\sqrt{1011\cdot 1012}}{2023} \leq \frac{505}{2}$ *3p*

## SUBIECTUL IV (7 puncte)

În planul triunghiului ABC considerăm punctele M ,N,P,Q astfel încât $\overrightarrow{AM}=\frac{3}{5}\overrightarrow{AB}$, $2\overrightarrow{NA}+\overrightarrow{NC}=\vec{0}$,

$\overrightarrow{AP}=\frac{18}{35}\overrightarrow{AB}$ și $34\overrightarrow{QA}+36\overrightarrow{QB}+5\overrightarrow{QC}=\vec{0}$.

a) Determinați numerele reale $x$ și $y$ astfel încât $x\overrightarrow{QM}+y\overrightarrow{QN}=\vec{0}$. *4p*

b) Arătați că punctele P , Q , C sunt coliniare . *3p*