

**CONCURSUL DE MATEMATICĂ APLICATĂ „A. HAIMOVICI”
– ETAPA LOCALĂ, 11.02.2023 –****CLASA a IX-a
SECȚIUNEA H2**

Notă: Toate subiectele sunt obligatorii. Fiecare subiect se punctează de la 0 la 7 puncte. Pe foaia de concurs se trec rezolvările complete. Timp de lucru: 3 ore.

Subiectul 1

3p **a)** Demonstrați că $\frac{1}{k(k+3)} = \frac{1}{3} \left(\frac{1}{k} - \frac{1}{k+3} \right), \forall k \in \mathbb{N}^*.$

4p **b)** Arătați că numărul $S = \frac{1}{1 \cdot 4} + \frac{1}{4 \cdot 7} + \frac{1}{7 \cdot 10} + \dots + \frac{1}{2020 \cdot 2023}$ aparține intervalului $\left(0; \frac{1}{3} \right).$

Subiectul 2

Numărul $m\sqrt{n}$ se numește număr „statornic” dacă $m, n \in \mathbb{N}, 2 \leq m < 20, 2 \leq n < 10$, iar m și n sunt numere prime.

3p **a)** Arătați că $\sqrt{2023}$ este un număr „statornic”.

4p **b)** Arătați că suma tuturor numerelor „statornice” este mai mică decât 770.

Subiectul 3

O progresie aritmetică are primul termen egal cu 10 și rația $\frac{1}{10}.$

3p **a)** Determinați al câtelea termen al progresiei este 2023.

4p **b)** Calculați suma termenilor progresiei care sunt mai mici ca 50 și nu sunt numere naturale.

Subiectul 4

Fie un triunghi ABC , în care lungimea laturii AB este strict mai mică decât lungimea laturii AC , M este mijlocul laturii BC și D este piciorul înălțimii duse din A pe BC .

3p **a)** Calculați $2\overrightarrow{AM} + \overrightarrow{BA} + \overrightarrow{CA}.$

4p **b)** Știind că $\overrightarrow{AD} = \frac{3}{4}\overrightarrow{AB} + \frac{1}{4}\overrightarrow{AC}$, aflați numărul real x pentru care $\overrightarrow{MD} = x \cdot \overrightarrow{DC}.$