

**CONCURSUL NAȚIONAL DE MATEMATICĂ APLICATĂ “ADOLF HAIMOVICI”****Etapă locală, 18 februarie 2023****Clasa a X-a – H1- TEHN****Subiectul 1 (7p)**Comparați numerele reale  $x$  și  $y$ , stabilind care din cele două este mai mare.

$$(3p) \text{ a) } x = \sqrt{\left(\frac{1}{6}\right)^{\frac{7}{2}}} \text{ și } y = \sqrt[3]{\left(\frac{1}{6}\right)^{10}}.$$

$$(4p) \text{ b) } x = (2 - \sqrt{3})^{\sqrt{2}-\sqrt{3}} \text{ și } y = (2 + \sqrt{3})^{1-\sqrt{3}}.$$

**Subiectul 2 (7p)**(3p) a) Exprimați numărul real  $c$  în funcție de numerele reale  $a$  și  $b$ , dacă

$$a = \log_{60} 4, \quad b = \log_{60} 6 \text{ și } c = \log_{24} 2.$$

(4p) b) Demonstrați că:

$$\log_a bc \cdot \log_b ac \cdot \log_c ab \geq 8, \quad \forall a, b, c \in (0,1) \text{ sau } a, b, c \in (1, \infty).$$

**Subiectul 3 (7p)**(3p) a) Arătați că numărul complex  $z = (1 - i)^4 + (1 + i)^4$  este număr întreg.(4p) b) Rezolvați în mulțimea numerelor complexe  $\mathbb{C}$  ecuația  $z^2 = 2i$ .**Subiectul 4 (7p)**(3p) a) Fie  $f: [1, \infty) \rightarrow [1, \infty)$  o funcție cu proprietatea că

$$(f \circ f)(x) = 2x^2 - 3x + 2, \quad \forall x \geq 1. \text{ Calculați } f(1).$$

(4p) b) Fie funcțiile  $f, g: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}, f(x) = -3x + 9$  și  $g(x) = (2m + 1)x + 3$ .Să se determine  $m \in \mathbb{R}$  astfel încât  $g = f^{-1}$ .*Notă: Timp de lucru 3 ore**Toate subiectele sunt obligatorii**Fiecare subiect se notează de la 0 la 7 puncte.*