

**OLIMPIADA DE MATEMATICĂ
ETAPA LOCALĂ, 18.02.2023
CLASA a XII-a - H2- ȘTIINȚELE NATURII**

SOLUȚII ȘI BAREME ORIENTATIVE

Notă: Fiecare subiect se punctează de la 0 la 7 puncte. Se acordă numai punctaje întregi. Orice altă rezolvare se asimilează conform baremului

Subiectul 1

- (3p) a) Demonstrația relației
(4p) b) Demonstrația axiomelor grupului

Subiectul 2

- (2p) a) Determinarea elementului neutru
(3p) b) Verificarea relației
(2p) c) Calcularea lui $x \circ x \circ x = \frac{x^3}{x^3 + (1-x)^3}$; Determinarea lui x

Subiectul 3

- (2p) a) f este continuă pe intervalele (0,1) și (1,∞), f cont. în x = 1 => f-cont. pe \mathbb{R} => f admite primitive pe \mathbb{R} .
(2p) b) $F(x) = x - \ln x + C$, $F(1) = 2$, Finalizare
(3p) c) $\int f^2(\sqrt{x})dx = \frac{1}{4} \int \frac{\ln^2 x}{x} dx$, Finalizare.

Subiectul 4

- (2p) a) F primitiva, $F' > 0$, $x \in \left(0, \frac{\pi}{2}\right]$
(2p) b) Calculul integralei
(3p) c) $\frac{5}{4} \leq 1 + \cos^2 x \leq 2$, $(\forall)x \in \left[0, \frac{\pi}{3}\right]$; $\frac{\sin x}{2} \leq f(x) \leq \frac{4 \sin x}{5}$; finalizare