



**OLIMPIADA DE MATEMATICĂ**  
**ETAPA LOCALĂ, 11.02.2023**  
**CLASA a 10-a**  
**SUBIECTE**

**Problema 1**

a) Rezolvați ecuația  $\log_2 x - \log_x 27 = \log_3 x - \log_x 8$ .

b) Fie funcția  $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ ,  $f(x) = 10 \cdot 9^x - 21 \cdot 6^x + 9 \cdot 4^x$ . Arătați că  $f\left(\frac{\lg 3 - \lg 5}{\lg 3 - \lg 2}\right) = f(1)$ .

**Problema 2**

Determinați minimul expresiei  $f(z) = \frac{\operatorname{Re}(z^4)}{(\operatorname{Re} z)^4}$ , când  $z$  parcurge mulțimea numerelor complexe care au partea reală nenulă.

**Problema 3**

Rezolvați în mulțimea numerelor reale ecuația  $\sqrt{x} + \sqrt{x+5} = \sqrt[3]{x+4} + \sqrt[3]{x+23}$ .

**Problema 4**

Determinați numerele întregi  $n$  pentru care există o mulțime finită  $A$  de numere reale nenule și o funcție bijectivă  $f: A \rightarrow A$  cu proprietatea  $f(x) + f(f(x)) = nx$ , oricare ar fi  $x \in A$ .