

CONCURSUL NAȚIONALDE MATEMATICĂ APLICATĂ”ADOLF HAIMOVICI”

ETAPA LOCALĂ

Clasa a XI-a, H1- TEHN

Notă: Toate subiectele sunt obligatorii. Fiecare subiect se punctează de la 0 la 7 puncte. Pe foaia de concurs se trec rezolvările complete. Timp de lucru: 3 ore.

1. Să se calculeze

a) $\lim_{x \rightarrow \infty} \sqrt{x^2 + x + 13} - \sqrt{x^2 + 1}$

b) $\lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{x^2+1}{x^2-6} \right)^{x^2-2x+5}$

c) Să se determine asimptotele funcției $f: (1, \infty) - \{3\} \rightarrow \mathbb{R}, f(x) = \frac{x^2-1}{x-3}$

2. a) Se consideră funcția $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}, f(x) = \begin{cases} e^{x-5} + 2x + 4, & x \leq 5 \\ \sqrt{x^2 + 3x + 9} + 2a, & x > 5 \end{cases}$

Să se determine numărul real a știind că funcția f este continuă în punctul $x=5$

b) Să se determine numerele reale a și b dacă dreapta de ecuație $y=5$ este asimptotă orizontală spre $+\infty$ la graficul funcției $f: \mathbb{R} - \{-1\} \rightarrow \mathbb{R}, f(x) = \frac{ax+4b}{x+1}$ și punctul $A(2,14)$ se află pe graficul funcției.

3. Se consideră matricele $A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 2 & 1 & 5 \\ 1 & 4 & 1 \end{pmatrix}$, $B = \begin{pmatrix} 4 & 1 & p \\ 3 & -3 & 1 \\ -5 & 3 & 4 \end{pmatrix}$, $I_3 = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$

a) Să se calculeze $A^2 - 2A + I_3$

b) Să se afle inversa matricei A

c) Să se determine numărul real p astfel încât matricea B^* să fie egală cu inversa matricei B .

4. Se consideră determinantul $d(x, y, z) = \begin{vmatrix} 1 & x+y & xy \\ 1 & y+z & yz \\ 1 & x+z & xz \end{vmatrix}$.

a) Să se calculeze $d(1,3,5)$

b) Să se arate că $d(x, y, z) = (x-y)(x-z)(y-z)$

c) Să se rezolve ecuația $d(2^x, 16, 4^x) = 0$