

## CONCURSUL NAȚIONAL DE MATEMATICĂ APLICATĂ “ADOLF HAIMOVICI”

Etapa locală, 18 februarie 2023

Clasa a X-a - H2 - ȘTIINTELE NATURII

### Subiectul 1 (7p)

Demonstrați că:

(3p) a) Numărul  $q = \log_2 48 - \log_2 36 + \log_2 3$  este rațional.

(4p) b) Dacă  $a, b \in (0, \infty)$  și  $a^2 + b^2 = 5ab$ , atunci  $\lg \frac{a+b}{\sqrt{7}} = \frac{\lg a + \lg b}{2}$ .

### Subiectul 2 (7p)

(3p) a) Determinați numărul real pozitiv  $x$  pentru care numărul  $a = x + \sqrt{3}$  este inversul numărului  $b = x - \sqrt{3}$ .

(4p) b) Arătați că numărul  $c = \sqrt{2} \cdot (\sqrt{5} + \sqrt{3}) \cdot \sqrt{4 - \sqrt{15}}$  este întreg.

### Subiectul 3 (7p)

Pentru orice numere reale strict pozitive  $x$  și  $y$  se notează  $E(x, y) = \sqrt{x \cdot \sqrt[3]{y}} \cdot \sqrt[3]{y \cdot \sqrt{x}}$

(3p) a) Arătați că  $E^6(4, 8) \in \mathbb{N}$ .

(4p) b) Determinați cel mai mic număr întreg  $n \geq 2$  pentru care  $E(n, n) \in \mathbb{Z}$ .

### Subiectul 4 (7p)

Cantitatea de medicament, în miligrame, aflată în circuitul sanguin al unui pacient după  $t$  minute de la momentul administrării acestuia este dată de valorile funcției

$f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ ,  $f(t) = 200 \cdot e^{-0,014 \cdot t}$ . Arătați că, după 16 ore și 40 de minute, cantitatea de medicament din sângele pacientului este mai mică decât  $2^{-6}mg$ . (Se poate folosi aproximarea  $\approx 2,7$ ).

**Notă:** Timp de lucru 3 ore

Toate subiectele sunt obligatorii

Fiecare subiect se notează de la 0 la 7 puncte.