

**CONCURSUL DE MATEMATICĂ APLICATĂ „A. HAIMOVICI”
– ETAPA LOCALĂ, 11.02.2023 –****CLASA a X-a
SECȚIUNEA H2**

Notă: Toate subiectele sunt obligatorii. Fiecare subiect se punctează de la 0 la 7 puncte. Pe foaia de concurs se trec rezolvările complete. Timp de lucru: 3 ore.

Subiectul 1

7p Dacă $S_n = \frac{2}{3} + \left(\frac{2}{3}\right)^2 + \dots + \left(\frac{2}{3}\right)^n$, determinați valoarea numărului natural n astfel încât $\log_2 \left(1 - \frac{S_n}{2}\right) = 14 \cdot (1 - \log_2 3)$.

Subiectul 2

Se dau numerele $a = \sqrt{45 + \sqrt{2023}}$ și $b = \sqrt{45 - \sqrt{2023}}$.

3p a) Arătați că $(a+b)^2 < 93$.

4p b) Arătați că $\frac{a^4 - b^4}{\sqrt{7}}$ este un număr natural divizibil cu 17.

Subiectul 3

Se consideră tabelul alăturat:

$\log_2 1$	$\log_2 2$	$\log_2 3$	$\log_2 2700$
$\log_4 1$	$\log_4 2$	$\log_4 3$	$\log_4 2700$
$\log_8 1$	$\log_8 2$	$\log_8 3$	$\log_8 2700$
.
.
.
$\log_{2048} 1$	$\log_{2048} 2$	$\log_{2048} 3$	$\log_{2048} 2700$

3p a) Arătați că $10 < \log_2 2023 < 11$.

4p b) Calculați raportul dintre numărul tuturor elementelor tabelului și suma numerelor naturale din tabel.

Subiectul 4

3p a) Arătați că produsul numerelor $z \in \mathbb{C}$, pentru care $z - \bar{z} = i$ și $|z| = 1$, este număr întreg.

4p b) Fie $z \in \mathbb{C}$ astfel încât $|z| \leq \frac{1}{3}$. Demonstrați că $|(3+4i) \cdot z^2 + (5+12i) \cdot z| < 5$.