CONCURSUL DE MATEMATICĂ APLICATĂ „A. HAIMOVICI”
– ETAPA LOCALĂ, 11.02.2023 -

CLASA a X-a
SECȚIUNEA H1

Notă: Toate subiectele sunt obligatorii. Fiecare subiect se punctează de la 0 la 7 puncte. Pe foaia de concurs se trec rezolvările complete. Timp de lucru: 3 ore.

Subiectul 1

7p Se consideră $P(x)=x^{\frac{1}{\sqrt{1}+\sqrt{2}}}\cdot x^{\frac{1}{\sqrt{2}+\sqrt{3}}}\cdot x^{\frac{1}{\sqrt{3}+\sqrt{4}}}\cdot\ldots\cdot x^{\frac{1}{\sqrt{100}+\sqrt{101}}}$, pentru orice $x\in(0,+\infty)$.

Calculați partea întreagă a numărului $a=\dfrac{1+3+3^2+3^3+3^4}{P\left(\left(\sqrt[4]{\sqrt[5]{3}}\right)^{\sqrt{101}+1}\right)}$.

Subiectul 2

7p Determinați mulțimea $A=\left\{x\in\mathbb{R}^* \mid \log_{x+\frac{1}{x}}(9-2^x)>\log_{x+\frac{1}{x}}(4^{x-1}+1)\right\}$.

Subiectul 3

7p Se consideră ecuația $az^2+bz+c=0$, cu $a,b,c\in\mathbb{C}$, $a\neq 0$ și $|a|=|b|=|c|$. Arătați că ecuația are cel puțin o soluție de modul 1 dacă și numai dacă $b^2=ac$.

Subiectul 4

7p Se consideră funcția $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$, $f(x)=\begin{cases} mx+2, & x<1 \\ 2x+3-2m, & x\geq 1\end{cases}$, unde $m\in\mathbb{R}$.

Determinați valorile parametrului real m pentru care funcția f este inversabilă.