OLIMPIADA DE MATEMATICĂ
ETAPA LOCALĂ - CLASA A VIII-A

SOLUȚII ȘI BAREM ORIENTATIV

SUBIECTUL 1

a) $a^2+b^2 \geq 2ab$ ……………………………………………………………..2p

$(a-b)^2 \geq 0$ ……………………………………………………………..1p

b) $\frac{2}{a}+\frac{2}{b}+\frac{2}{c}-(a+b+c) \geq 7$……………………………………………………1p

$2(\frac{1}{a}+\frac{1}{b}+\frac{1}{c}) \geq 9$…………………………………………………………..1p

Inlocuind apoi 2 cu a+b+c obtinem:

(a+b+c) $(\frac{1}{a}+\frac{1}{b}+\frac{1}{c})\geq 9$………………………………………………………1p

inegalitate care se dem usor folosind $\frac{a}{b}+\frac{b}{a} \geq 2$,pentru a,b>0……………1p

SUBIECTUL 2

Solutie:

Din prima relație avem că $b-a<2$ adică $b-a-2<0$

Înlocuim in a doua relatie

$|b-a-2| = -(b-a-2) = a-b+2$

Adică $a-b+2 = a^2+b^2-4b+4,5$

$a^2+b^2-a-3b+2,5=0$

$(a-\frac{1}{2})^2+(b-\frac{3}{2})^2=0$

Deci $a=\frac{1}{2}$ și $b=\frac{3}{2}$

SUBIECTUL 3

Soluţie:

Notez {M }= AC ∩ A_1C_1 si avem cu T.F,A. $\frac{MC}{MA}=\frac{CC_1}{AA_1}=\frac{2}{3}$……………………………1p

{N}= AB ∩ A_1B_1 si avem cu T.F,A. $\frac{NA}{NB}=\frac{AA_1}{BB_1}=\frac{3}{4}$……………………………1p

{P }= BC ∩ $B_1 C_1$ si avem cu T.F,A. $\frac{PC}{PB}=\frac{CC_1}{BB_1}=\frac{1}{2}$……………………………1p

M,N,P coliniare si MN=d ……………………………………………………..1p

Prin urmare daca latura AB=a , avem CM=2a si AN= 3a………………………..1p

Deci tr.AMN este isoscel , AN=AM=3a cu <N=<M=30° ……………………………..1p

Deci tr.NBP are <B=60° , <N=30° deci <P=90° deci MN d $\perp$ BC…………………1p

SUBIECTUL 4

Solutie:

a) $CD' \parallel A'B$ .Ducem prin C', $C'M \parallel D'C$; $CM \parallel D'C'$; $CM = D'C' = a$
$\Rightarrow AC' \perp C'M$ 1p
În $\triangle ADM \Rightarrow AM^2 = a^2 + 4a^2 = 5a^2$
În $\triangle C'CM \Rightarrow C'M^2 = a^2 + h^2$; unde CC'=h
În $\triangle ACC' \Rightarrow AC'^2 = 2a^2 + h^2$ 1p
Aplic T.P. în $\triangle AC'M \Rightarrow AM^2 = AC'^2 + C'M^2$
$\Rightarrow 5a^2 = 3a^2 + 2h^2 \Rightarrow 2a^2 = 2h^2 \Rightarrow a = h \Rightarrow$ e cub..2p

b) EB – linie mijlocie$\Rightarrow$CQ=2a ;FD – linie mijlocie$\Rightarrow$PC=2a..............................1p

$\Rightarrow \triangle CPQ$ drept isoscel, $CA bisectoare$ $CA = a\sqrt{2}$, $PQ = 2a\sqrt{2}$, $CA = \frac{PQ}{2}$ 2p