OLIMPIADA DE MATEMATICĂ
ETAPA LOCALĂ - CLASA A X-A

SUBIECTUL 1

Determinați numerele naturale k și n care verifică relațiile:

$$3^k+\log_2(k+1)=5n$$
$$3^n+\log_2(n+1)=5k$$

prof. Roxandra Murea, Brăila

SUBIECTUL 2

Considerăm un număr real pozitiv fixat a. Arătați că toate numerele complexe z, cu proprietatea $\operatorname{Re} z \geq a$, verifică inegalitatea $\left|\frac{1}{z}-\frac{2}{a}\right|<\frac{2}{a}$.

prof. Costel Cerchez, Brăila

SUBIECTUL 3

Fie $n \in \mathbb{N}^*$ și $a_n=\sqrt{2+\sqrt{2+\ldots+\sqrt{2}}}$, n radicali. Să se determine un număr natural a pentru care $\frac{a_n}{6+a_{n-1}}<\frac{1}{a}<\frac{2-a_{n+1}}{2-a_n}$, oricare ar fi $n \geq 2$.

prof. Marian Ciorăscu, Brăila

SUBIECTUL 4

Să se determine valorile parametrului real $a>0$, $a \neq 1$ pentru care suma soluțiilor ecuației $\log_a x \cdot \log_{a^2} x+\log_{a^2} x \cdot \log_{a^3} x+\ldots+\log_{a^n} x \cdot \log_{a^{n+1}} x=\frac{4n}{n+1}$ este $9,(1)$, unde $n \geq 3$ este număr natural.

Prof. Marian Ciorăscu, Brăila

***Notă*: Toate subiectele sunt obligatorii. Fiecare subiect valorează 7 puncte. Timpul efectiv de lucru este de trei ore. Nu se acordă puncte din oficiu.**