OLIMPIADA DE MATEMATICĂ
ETAPA LOCALĂ - CLASA A VIII-A

SUBIECTUL 1

a) Dacă $a,b>0$ arătați că $\frac{a}{b}+\frac{b}{a}\geq 2$.

b) Dacă $a,b,c>0$ și $a+b+c=2$ demonstrați că $\frac{2-a^2}{a}+\frac{2-b^2}{b}+\frac{2-c^2}{c}\geq 7$.

Gazeta Matematică

SUBIECTUL 2

Să se determine numerele reale a,b cu $a<b$ care verifică relațiile:

$[a,b]\cap\mathbb{Z}=\{1\}$ și $|b-a-2|=a^2+b^2-4b+\frac{9}{2}$.

Daniela Cerchez, Brăila

SUBIECTUL 3

Fie $ABCDEF$ o prismă triunghiulară regulată şi punctele A_1, B_1 și C_1 astfel încât $A_1\in(AD)$, $B_1\in(BE)$, $C_1\in(CF)$ și $AA_1=\frac{3}{4}BB_1=\frac{3}{2}CC_1$.

Dacă $(ABC)\cap(A_1B_1C_1)=d$, demonstrați că $d\perp BC$.

Daniela Cerchez, Nicolae Frâncu, Brăila

SUBIECTUL 4

În prisma patrulateră regulată $ABCDA'B'C'D'$ latura bazei are lungimea a.

a) Dacă $A'B\perp AC'$, calculați înălțimea prismei $ABCDA'B'C'D'$.
b) Considerăm E și F mijloacele muchiilor $[BB']$ respectiv $[DD']$, $C'F\cap DC=\{P\}, C'E\cap BC=\{Q\}$. Arătați că punctele P, A și Q sunt coliniare.

Daniela Cerchez, Nicolae Frâncu, Brăila

***Notă*: Toate subiectele sunt obligatorii. Fiecare subiect valorează 7 puncte. Timpul efectiv de lucru este de trei ore. Nu se acordă puncte din oficiu.**