

**OLIMPIADA DE MATEMATICĂ
ETAPA LOCALĂ - CLASA A IX-A**

SUBIECTUL 1

Arătați că $\sqrt{\frac{a}{b+1}} + \sqrt{\frac{b}{a+1}} \leq \frac{a+b+1}{a+1}$, pentru orice $a, b \in [0, +\infty)$, $a \leq b$.

prof. Daniela Iconaru, Brăila

SUBIECTUL 2

Demonstrați că pentru orice număr natural nenul n are loc inegalitatea:

$$\frac{n!}{(1+1^2) \cdot (2+2^2) \cdot \dots \cdot (n+n^2)} \leq \frac{1}{2^n} \quad (n! = 1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot \dots \cdot n)$$

prof. Irina Dinescu, Brăila

SUBIECTUL 3

Rezolvați ecuația $[34\sqrt{7} \cdot x] \cdot \{34\sqrt{7} \cdot x\} = 2023 \cdot x^2 - 1$, unde $[a]$ și $\{a\}$ reprezintă partea întreagă, respectiv partea fracționară a numărului real a .

prof. Daniela Iconaru, Brăila

SUBIECTUL 4

Fie $ABCDE$ un pentagon înscris într-un cerc. Notăm cu H_1, H_2, H_3, H_4 ortocentrele triunghiurilor ABC, BCD, CDE respectiv ACE . Să se demonstreze că patrulaterul $H_1H_2H_3H_4$ este paralelogram.

prof. Irina Dinescu, Brăila

Notă: Toate subiectele sunt obligatorii. Fiecare subiect valorează 7 puncte. Timpul efectiv de lucru este de trei ore. Nu se acordă puncte din oficiu.