**Olimpiada Națională de Matematică**
**Etapa locală – 11 februarie 2023**

**Subiect - clasa a VIII-a**

## Problema 1.

a) Să se determine $[\boldsymbol{x}]$ dacă $\boldsymbol{x} = \left(\frac{9}{2\sqrt{3}} - \frac{8}{3\sqrt{2}}\right) \cdot \left(\frac{1}{\sqrt{6}}\right)^{-3}$, unde $[x]$ reprezintă partea întreagă a numărului real $\boldsymbol{x}$.

b) Determinați valoarea expresiei $E(x) = 2 \cdot \sqrt{\left(x - \sqrt{2}\right)^2} + \sqrt{\left(2x - \sqrt{3}\right)^2} + \left|\sqrt{2} - \sqrt{3}\right|$, știind că $1 < x < \sqrt{2}$

## Problema 2.

Rezolvați în mulțimea numerelor naturale ecuația:

$$xyz - 6x + 3y - 2z = 3xy - 2xz + yz + 2023$$

## Problema 3.

Fie cubul *ABCDA'B'C'D'*. Pe muchiile $[BB']$ și $[CC']$ considerăm punctele *M* și *N* astfel încât suma $AM + MN + ND'$ să fie minimă. Dacă $MN = 2\sqrt{10}$ cm, calculați sinusul unghiului determinat de dreptele *MN* și *AD*.

## Problema 4.

a) În spațiu avem 9 puncte astfel încât ele sunt situate pe patru drepte paralele cu dreapta ***a*** și de asemenea pe trei drepte paralele cu dreapta ***b***, dreptele ***a*** și ***b*** nefiind paralele. Să se demonstreze că punctele sunt coplanare.

b) Pe planul dreptunghiului *ABCD* se ridică perpendiculara *SA*. Fie *E* mijlocul segmentului $[SC]$.

i) Demonstrează că $\triangle DEB$ este isoscel.

ii) Dacă *M* este mijlocul segmentului $[BE]$, $SM \cap BC = \{N\}$, iar $BD \cap AN = \{P\}$, arată că $MP \parallel (SAD)$.

Notă:

Toate subiectele sunt obligatorii
Fiecare subiect se punctează cu maxim 7 puncte