Olimpiada Națională
GAZETA MATEMATICĂ
Subiect Etapa I
Satu Mare – 27 februarie 2021
Clasa a IX-a

Timp de lucru: 150 minute.
Fiecare problemă se punctează cu 1 punct.

Alegeți varianta corectă de răspuns. O singură variantă este corectă.

1. În mulțimea numerelor reale soluția inecuației $\left|9-|2x-1|\right| \le 4$, este:

   A) [-6, -2]∪[3, 7] B) [-6, 7] C) [-6, -1]∪[2, 7] D) [-6, -4]∪[4, 7]

2. Mulțimea $M=\{x \in \mathbb{R} / [2x]=[x^2]=4\}$, unde $[x]$ este partea întreagă a numărului real x, este

   A) $\left[2,\frac{5}{2}\right]$; B) $[2,\sqrt{5}]$; C) $[2,\sqrt{5})$; D) $\left[2,\frac{5}{2}\right)$

3. Partea întreagă a numerelor reale care verifică egalitatea $16\{x\}^2+1=8x$ este :
   ($\{x\}$ *reprezintă partea fracționară a numărului x*)

   A) 1- sau 5; B) -1 sau 0; C) -1 sau 1; D) 0 sau 1;

4. Știind că $x,y,z>0$ și $x\sqrt{yz}+y\sqrt{xz}+z\sqrt{xy} \ge x+y+z$, valoarea minimă a expresiei E=x+y+z este:

   A) 1; B) 2 C) 3 D) 0

5. Dacă E(x,y)=$(x+y)\left(\frac{1}{x+2y}+\frac{1}{2x+y}\right)$ $unde\ x,y>0$, atunci valoarea lui E(a.a) este:

   A) 1; B) $\frac{1}{2}$; C) $\frac{4}{3}$; D) alt răspuns

6. Dacă E(x,y)=$(x+y)\left(\frac{1}{x+2y}+\frac{1}{2x+y}\right)$ $unde\ x,y>0$, atunci cea mai mare valoare a lui k pentru care E(x,y)≥k este:

   A) $\frac{5}{3}$; B) 2; C) 1; D) $\frac{4}{3}$.

7. Al treilea termen al șirului $(x_n)_{n\ge1},\ unde\ x_1+x_2+\cdots+x_n=3n^2+5n,\ n\in\mathbb{N}^*$, este:

   A) 18; B) 20; C) 28; D) 14

8. Partea întreagă a numărului $x_n=\sqrt{4n^2+n},\ \ cu\ n\in\mathbb{N}^*$ este;

   A) n ; B) 2n; C) 3n; D) 4n.

9. Prima zecimală a numărului $x_n=\sqrt{4n^2+n},\ \ cu\ n\in\mathbb{N}^*$ este egală cu:

   A) 2; B) 1; C) 4; D) 3

10. Dacă $\left[x+\frac{1}{2}\right], 6, \left[x+\frac{9}{2}\right]$ sunt în progresie aritmetică atunci :

    A. $x\in\left[\frac{9}{2},\frac{11}{2}\right)$; B. $x\in\left[\frac{7}{2},\frac{9}{2}\right)$; C. $x\in\left[\frac{9}{2},\frac{11}{2}\right]$; D. $x\in\left[\frac{5}{2},\frac{9}{2}\right)$.

Olimpiada Națională
GAZETA MATEMATICĂ
Subiect Etapa I
Satu Mare – 27 februarie 2021
Clasa a V-a

11. Dacă $(b_n)_{n\geq 1}$ este o progresie geometrică cu termeni pozitivi în care $b_2 + b_4 = 20 \text{ și } b_3 \cdot b_5 = 256$ atunci suma primilor 10 termeni a progresiei este:

A) $2^{11}-2$; $B)$ $2^{11}-1$; $C)$ $2^{10}-2$; $D)$ $2^{10}-1$

12. Numărul S=1 – 4 + 9 – 16 +...+ 99^2 - 100^2 este:

A) -4050 B) -5050 C) -10100 D) -5000

13. Dacă $P=\frac{2^3-1}{2(2^2-1)}+\frac{3^3-1}{3(3^2-1)}+\cdots+\frac{2021^3-1}{2021(2021^2-1)}$ atunci partea întreagă a lui P este

A) 2019; B. 2020; C. 2021; D. 2022.

14. Se consideră predicatul P(x,y) ; $x^2-y^2\leq 9, x,y\in\mathbb{R}$. Mulțimea numerelor reale pentru care propoziția P(5,a) este falsă este:

A) $(0,5)$; B) $[0,5]$; C) $[-4,4]$; D) $(-4,4)$

15. Se consideră predicatul p(x,y): ” 2x-y=3, x,y $\in\mathbb{Z}$”. Stabiliți care dintre următoarele propoziții este adevărată:

A) $(\exists x): p(x,4)$; B) $(\forall x)(\exists y): p(x,y)$; C) $(\exists x)(\forall y): p(x,y)$; D) $(\forall y)(\exists x): p(x,y)$

16. Se consideră pe laturile AB și AC ale triunghiului ABC punctele D și E astfel ca $\overrightarrow{DA}+\overrightarrow{DB}+\overrightarrow{EA}+\overrightarrow{EC}=\vec{0}$. Notăm cu M intersecția dreptelor DC și BE. Numărul real p, astfel ca $\overrightarrow{MA}+\overrightarrow{MB}=p\overrightarrow{MC}$ este:

A) 3; B) -1; C) -2; D) 1

17. În triunghiul ABC fie $M\in(BC)$, astfel încât $\frac{MB}{MC}=3$. Stabiliți care din următoarele afirmații este adevărată:

A) $\overrightarrow{AM}=\frac{1}{4}\overrightarrow{AB}+\frac{3}{4}\overrightarrow{AC}$; B) $\overrightarrow{AM}=-\frac{1}{2}\overrightarrow{AB}+\frac{3}{2}\overrightarrow{AC}$;

C) $\overrightarrow{AM}=\frac{1}{4}\overrightarrow{AB}-\frac{3}{4}\overrightarrow{AC}$; D) $\overrightarrow{AM}=\frac{1}{2}\overrightarrow{AB}-\frac{3}{4}\overrightarrow{AC}$

18. Fie ABCD un paralelogram, $M\in(BC)$, $C\in(DN)$, astfel încât $\frac{MB}{MC}=m$, respectiv $\frac{NC}{ND}=n$. Punctele *A, M, N* sunt coliniare dacă și numai dacă:

A) $n(m+1)=0$ B) $n(m-1)=1$ C) $n(1+m)=1$ D) $n(1-m)=\frac{1}{2}$

Olimpiada Națională
GAZETA MATEMATICĂ
Subiect Etapa I
Satu Mare – 27 februarie 2021
Clasa a V-a

19. Dacă M și N sunt mijloacele diagonalelor (AC) și (BD) ale patrulaterului ABCD, atunci numărul real a pentru care $\overrightarrow{MN} = a\left(\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{CD}\right)$ $este$:

A) 1; B) $\frac{1}{2}$; C) $-\frac{1}{2}$; D) -1.

20. Fie triunghiul oarecare ABC, *(AD* bisectoarea unghiului *A*, $D \in (BC)$, *M* mijlocul laturii [*AC*]. Fie numerele reale α și β astfel încât $\overrightarrow{MD} = \alpha\overrightarrow{AB} + \beta\overrightarrow{AC}$, atunci:

A) $\alpha + \beta = 1$; B) $\alpha + \beta = \frac{1}{3}$ C) $\alpha + \beta = \frac{3}{2}$ D) $\alpha + \beta = \frac{1}{2}$