

Olimpiada Națională "Gazeta Matematică"

ETAPA I – Maramureș & Sălaj
20.02.2021

clasa a VII-a

1. item1-gr1-1

Dacă $A = |2\sqrt{3} - 3| + |2\sqrt{3} - 4| - |2\sqrt{3} + 3| + |2\sqrt{3} + 4|$, atunci

- $A = 2$ ✓
- $A = 4\sqrt{3}$
- $A = 0$
- $A = 8$

2. item1-gr1-2

Dacă $A = |3\sqrt{2} - 3| + |3\sqrt{2} - 5| - |3\sqrt{2} + 3| + |3\sqrt{2} + 5|$, atunci

- $A = 4$ ✓
- $A = 6\sqrt{2}$
- $A = 0$
- $A = 10$

3. item2-gr2-1

Fie trapezul $ABCD$ cu $AC \perp BD$. Dacă $AC = 6,5\text{cm}$ și $BD = 4,8\text{cm}$, atunci aria trapezului este

- $\mathcal{A} = 15,6\text{cm}^2$ ✓
- $\mathcal{A} = 156\text{cm}^2$
- $\mathcal{A} = 1,56\text{cm}^2$
- $\mathcal{A} = 31,2\text{cm}^2$

4. item2-gr2-2

Fie trapezul $ABCD$ cu $AC \perp BD$. Dacă $AC = 6,5\text{cm}$ și $BD = 2,4\text{cm}$, atunci aria trapezului este

- $\mathcal{A} = 7,8\text{cm}^2$ ✓
- $\mathcal{A} = 15,6\text{cm}^2$
- $\mathcal{A} = 3,16\text{cm}^2$
- $\mathcal{A} = 31,6\text{cm}^2$

5. item3-gr3-1

Dacă numerele întregi x, y verifică egalitatea $(x + 5)^2 + (y - 2)^2 = 5$, atunci valoarea minimă a sumei $x + y$ este

- -6 ✓
- -8
- -2
- 0

6. item3-gr3-2

Dacă numerele întregi x, y verifică egalitatea $(x - 3)^2 + (y + 1)^2 = 5$, atunci valoarea minimă a sumei $x + y$ este

- -3
- -1 ✓
- -5
- 0

7. item4-gr4-1

Dacă

$$A = \sqrt{4 + \sqrt{7}} - \sqrt{4 - \sqrt{7}} - 2,$$

$$B = \sqrt{6 + 2\sqrt{5}} - \sqrt{6 - 2\sqrt{5}} - 2$$

și

$$C = \sqrt{10 + 5\sqrt{3}} - \sqrt{10 - 5\sqrt{3}} - 2,$$

atunci

- $A < B < C$ ✓
- $B < C < A$
- $B < A < C$
- $C < A < B$

8. item4-gr4-2

Dacă

$$A = \sqrt{10 + 5\sqrt{3}} - \sqrt{10 - 5\sqrt{3}} - 2,$$

$$B = \sqrt{4 + \sqrt{7}} - \sqrt{4 - \sqrt{7}} - 2$$

și

$$C = \sqrt{6 + 2\sqrt{5}} - \sqrt{6 - 2\sqrt{5}} - 2,$$

atunci

- $A < B < C$
- $B < C < A$ ✓
- $B < A < C$
- $C < A < B$

9. item5-gr5-1

Trapezul $ABCD$, cu $AB \parallel CD$, are diagonalele perpendiculare și $m(\angle CAB) = 60^\circ$. Dacă lungimile bazelor sunt de $12cm$, respectiv de $8cm$, atunci lungimea diagonalei AC este de

- $10cm$ ✓
- $6cm$
- $8cm$
- $10\sqrt{3}cm$

10. item5-gr5-2

Trapezul $ABCD$, cu $AB \parallel CD$, are diagonalele perpendiculare și $m(\angle DBA) = 60^\circ$. Dacă lungimile bazelor sunt de $12cm$, respectiv de $18cm$, atunci lungimea diagonalei BD este de

- $12cm$
- $15cm$ ✓
- $10cm$
- $12\sqrt{3}cm$

11. **item6-gr1-1**

Dacă $\sqrt{1, (x) + 4, (y)} \in \mathbb{Q}$, atunci

- $x + y = 4$ ✓
- $x + y = 15$
- $x + y = 16$
- $x + y = 6$

12. **item6-gr1-2**

Dacă $\sqrt{2, (x) + 3, (y)} \in \mathbb{Q}$, atunci

- $x + y = 4$ ✓
- $x + y = 15$
- $x + y = 16$
- $x + y = 6$

13. **item7-gr2-1**

Dacă

$$N = \frac{\sqrt{2} - 1}{\sqrt{2}} + \frac{\sqrt{3} - \sqrt{2}}{\sqrt{6}} + \dots + \frac{\sqrt{2021} - \sqrt{2020}}{\sqrt{4082420}},$$

atunci

- $N + \frac{1}{\sqrt{2021}} = 1$ ✓
- $N = 1 + \sqrt{2021}$
- $N = 1 - \sqrt{2021}$
- $N - 1 = \frac{1}{\sqrt{2021}}$

14. **item7-gr2-2**

Dacă

$$N = \frac{1 - \sqrt{2}}{\sqrt{2}} + \frac{\sqrt{2} - \sqrt{3}}{\sqrt{6}} + \dots + \frac{\sqrt{2020} - \sqrt{2021}}{\sqrt{4082420}},$$

atunci

- $N + 1 = \frac{1}{\sqrt{2021}}$ ✓
- $N = \sqrt{2021} - 1$
- $N = \sqrt{2021} + 1$
- $N - 1 = \frac{1}{\sqrt{2021}}$

15. **item8-gr3-1**

Dacă un triunghi dreptunghic are lungimea ipotenuzei de $2(3 + 6\sqrt{3}) cm$, atunci distanța dintre ortocentrul triunghiului și centrul său de greutate este

- $OH = (2 + 4\sqrt{3}) cm$ ✓

- $OH = (2 + \sqrt{3}) \text{ cm}$
- $OH = (4 + 2\sqrt{3}) \text{ cm}$
- $OH = 2\sqrt{3} \text{ cm}$

16. **item8-gr3-2**

Dacă un triunghi dreptunghic are lungimea ipotenuzei de $2(6 + 9\sqrt{2}) \text{ cm}$, atunci distanța dintre ortocentrul triunghiului și centrul său de greutate este

- $OH = (4 + 6\sqrt{2}) \text{ cm} \quad \checkmark$
- $OH = (4 + 3\sqrt{2}) \text{ cm}$
- $OH = (2 + 3\sqrt{2}) \text{ cm}$
- $OH = 3\sqrt{2} \text{ cm}$

17. **item9-gr4-1**

Partea întreagă a numărului

$$x = (\sqrt{2020} + \sqrt{2019})(\sqrt{2021} - \sqrt{2020}) + (\sqrt{2020} - \sqrt{2019})(\sqrt{2021} + \sqrt{2020})$$

este

- $[x] = 2 \quad \checkmark$
- $[x] = 1$
- $[x] = 3$
- $[x] = 4$

18. **item9-gr4-1**

Partea întreagă a numărului

$$x = (\sqrt{2021} + \sqrt{2020})(\sqrt{2022} - \sqrt{2021}) + (\sqrt{2021} - \sqrt{2020})(\sqrt{2022} + \sqrt{2021})$$

este

- $[x] = 2 \quad \checkmark$
- $[x] = 1$
- $[x] = 3$
- $[x] = 4$

19. **item10-gr5-1**

Punctele A, B, C sunt situate pe un cerc de rază $r > 0$ astfel încât $m(\widehat{BAC}) = 90^\circ$ și $m(\widehat{AC}) = 120^\circ$. Dacă $AB = 4 \text{ cm}$, atunci

- $r = 4 \text{ cm} \quad \checkmark$
- $r = 8 \text{ cm}$
- $r = 2 \text{ cm}$
- $r = 4\sqrt{3} \text{ cm}$

20. **item10-gr5-2**

Punctele A, B, C sunt situate pe un cerc de rază $r > 0$ astfel încât $m(\widehat{BAC}) = 90^\circ$ și $m(\widehat{AC}) = 60^\circ$. Dacă $AC = 5 \text{ cm}$, atunci

- $r = 5 \text{ cm} \quad \checkmark$

- $r = 10cm$
- $r = 2,5cm$
- $r = 5\sqrt{3}cm$

21. **item11-gr6-1**

În triunghiul ascuțitunghic ABC , bisectoarea unghiului \widehat{ABC} intersectează perpendiculara din A pe dreapta BC în punctul E și perpendiculara din A pe dreapta AB în punctul D . Dacă triunghiul ADE este echilateral și $AD = 5cm$, atunci distanța de la punctul A la dreapta BC este

- $d(A, BC) = \frac{15}{2}cm$ ✓
- $d(A, BC) = \frac{17}{2}cm$
- $d(A, BC) = 8cm$
- $d(A, BC) = 7cm$

22. **item11-gr6-2**

În triunghiul ascuțitunghic ABC , bisectoarea unghiului \widehat{ABC} intersectează perpendiculara din A pe dreapta BC în punctul E și perpendiculara din A pe dreapta AB în punctul D . Dacă triunghiul ADE este echilateral și $AD = 6cm$, atunci distanța de la punctul A la dreapta BC este

- $d(A, BC) = \frac{19}{2}cm$
- $d(A, BC) = \frac{17}{2}cm$
- $d(A, BC) = 8cm$
- $d(A, BC) = 9cm$ ✓

23. **item12-gr7-1**

Suma soluțiilor ecuației

$$\left[\frac{x+2}{3} \right] = |x+1| - 1$$

este

- -1 ✓
- 0
- 1
- 2

24. **item12-gr7-2**

Suma soluțiilor ecuației

$$\left[\frac{x+3}{2} \right] = |x+2| - 1$$

este

- -2 ✓
- 0
- 1
- -1

25. **item13-gr8-1**

Fie triunghiul $\triangle ABC$, iar punctele M , N , P și Q sunt mijloacele segmentelor $[BC]$, $[AM]$, $[BN]$, respectiv $[AP]$. Dacă k este valoarea raportului dintre aria patrulaterului $MNPQ$ și aria triunghiului $\triangle ABC$, atunci

- $16k = 3$ ✓
- $8k = 1$
- $3k = 16$
- $16k = 1$

26. **item13-gr8-2**

Fie triunghiul $\triangle MNP$, iar punctele A , B , C și D sunt mijloacele segmentelor $[NP]$, $[MA]$, $[BN]$, respectiv $[MC]$. Dacă k este valoarea raportului dintre aria patrulaterului $ABCD$ și aria triunghiului $\triangle MNP$, atunci

- $16k = 3$ ✓
- $8k = 1$
- $3k = 16$
- $16k = 1$

27. **item14-gr9-1**

Numărul de elemente al mulțimii $A = \{x \in \mathbb{N} \mid \sqrt{x^2 + 6x - 12} \in \mathbb{N}\}$ este

- 2 ✓
- 1
- 3
- egal cu numărul de elemente al mulțimii \mathbb{N}

28. **item14-gr9-2**

Numărul de perechi (x, y) de numere întregi pentru care $x - 3y + 4 = 0$ și $\sqrt{x^2 + 7y^2 + 8x + 8y + 4} \in \mathbb{Q}$ este

- 1 ✓
- 2
- 3
- 7

29. **item15-gr10-1**

Fie x , y , z măsurile unghiurilor unui triunghi. Dacă $x - y \leq z$ și $x \geq \frac{2x + 3y + 3z}{3} - 60^\circ$, atunci triunghiul este

- dreptunghic ✓
- oarecare
- ascuțitunghic
- echilateral

30. **item15-gr10-1**

Fie a , b , c măsurile unghiurilor unui triunghi. Dacă $a - c \leq b$ și $a + 60^\circ \geq \frac{2a + 3b + 3c}{3}$, atunci triunghiul este

- dreptunghic ✓

- oarecare
- ascuțitunghic
- echilateral

31. **item16-GM-1**

Se consideră paralelogramul $ABCD$ cu perimetrul de 180 cm și $\frac{AD}{AB} = \frac{5}{4}$. Dacă E este piciorul perpendicularei dusă din D pe dreapta AB și $\frac{AE}{EB} = \frac{5}{3}$, atunci măsurile unghiurilor paralelogramului $ABCD$ sunt

- $m(\widehat{A}) = 60^\circ$ și $m(\widehat{B}) = 120^\circ$ ✓
- $m(\widehat{A}) = 30^\circ$ și $m(\widehat{B}) = 150^\circ$
- $m(\widehat{A}) = 45^\circ$ și $m(\widehat{B}) = 135^\circ$
- $m(\widehat{A}) = 15^\circ$ și $m(\widehat{B}) = 165^\circ$

32. **item17-GM-2**

Fie triunghiul dreptunghic ABC , cu $m(\sphericalangle A) = 90^\circ$ și $m(\sphericalangle C) = 30^\circ$. Dacă distanța de la punctul G , centrul de greutate al $\triangle ABC$, la latura AC este de 3 cm, atunci perimetrul $\triangle ABC$ este

- $P = 9(3 + \sqrt{3})\text{cm}$ ✓
- $P = \sqrt{3}(9 + 2\sqrt{2})\text{cm}$
- $P = 9(2 + \sqrt{3})\text{cm}$
- $P = \sqrt{2}(9\sqrt{3} + 2)\text{cm}$

33. **item18-GM-3**

Dacă din mulțimea $A = \{1, 2, 3, \dots, 2020\}$ se extrage un grup de două numere, atunci probabilitatea ca produsul numerelor extrase să fie 2020 este

- $p = \frac{1}{339865}$ ✓
- $p = \frac{1}{1010}$
- $p = \frac{1}{202}$
- $p = \frac{1}{407838}$

34. **item19-GM-4**

Dacă s este cardinalul mulțimii de soluții ale ecuației

$$\sqrt{abc} = \min\{a, b, c\} + 1,$$

unde $\min\{a, b, c\}$ reprezintă cel mai mic dintre numerele naturale a , b și c , atunci

- $s = 6$ ✓
- $s = 3$
- $s = \text{card}(\mathbb{N})$
- $s = 4$

35. item20-GM-5

Dacă

$$\frac{x+2}{1011} + \frac{x}{1010} + \frac{x-2}{1009} + \frac{x-4}{1008} + \dots + \frac{x-2016}{2} = 2020,$$

atunci

- $x = 2020$ ✓
- $x = 4040$
- $x = 2022$
- $x = 2021$