

Olimpiada Națională "Gazeta Matematică"

ETAPA I – Maramureș & Sălaj
20.02.2021

clasa a VIII-a

1. item1-gr1-1

Suma numerelor întregi din intervalul $(-2, 3]$ este

- 5 ✓
- 0
- 3
- 6

2. item1-gr1-2

Suma numerelor întregi din intervalul $[-1, 5)$ este

- 9 ✓
- 0
- 14
- 10

3. item2-gr2-1

Dacă suma lungimilor tuturor muchiilor unui tetraedru regulat este 108 cm, atunci aria unei fețe a tetraedrului este

- $81\sqrt{3} \text{ cm}^2$ ✓
- $36\sqrt{3} \text{ cm}^2$
- $162\sqrt{3} \text{ cm}^2$
- 81 cm^2

4. item2-gr2-2

Dacă suma lungimilor tuturor muchiilor unui tetraedru regulat este 72 cm, atunci aria unei fețe a tetraedrului este

- $36\sqrt{3} \text{ cm}^2$ ✓
- $48\sqrt{3} \text{ cm}^2$
- $72\sqrt{3} \text{ cm}^2$
- 36 cm^2

5. item3-gr3-1

Expresia $(2x - 3)^2 + (3x + 5)^2 - (3x - 2) \cdot (3x + 2)$ este egală cu

- $4x^2 + 18x + 38$ ✓
- $4x^2 + 42x + 30$
- $4x^2 - 18x - 30$
- $4x^2 + 18x + 30$

6. **item3-gr3-2**

Expresia $(3x - 5)^2 + (2x + 3)^2 - (2x - 3) \cdot (2x + 3)$ este egală cu

- $9x^2 - 18x + 43$ ✓
- $9x^2 + 18x - 25$
- $9x^2 + 18x - 43$
- $9x^2 - 18x + 25$

7. **item4-gr4-1**

Dacă $N = \sqrt{(3\sqrt{2} - 2\sqrt{5})^2} - \sqrt{10} \cdot \left(\frac{6}{\sqrt{18}} - \frac{\sqrt{45}}{5}\right)$, atunci

- $N = 0$ ✓
- $N = -6\sqrt{2}$
- $N = 6\sqrt{2} - 4\sqrt{5}$
- $N = 4\sqrt{5}$

8. **item4-gr4-2**

Dacă $N = \sqrt{(2\sqrt{2} - 3\sqrt{5})^2} - \sqrt{10} \cdot \left(\frac{6}{\sqrt{8}} - \frac{\sqrt{20}}{5}\right)$, atunci

- $N = 0$ ✓
- $N = -6\sqrt{5}$
- $N = 4\sqrt{2} - 6\sqrt{5}$
- $N = 4\sqrt{2}$

9. **item5-gr5-1**

În cubul $ABCD A' B' C' D'$, măsura unghiului dintre dreptele AC și DD' este:

- 90° ✓
- 45°
- 60°
- 0°

10. **item5-gr5-2**

În cubul $ABCD A' B' C' D'$, măsura unghiului dintre dreptele BD și AA' este:

- 90° ✓
- 45°
- 60°
- 0°

11. **item6-gr1-1**

Dacă $x + \frac{1}{x} = 5$, $x \in \mathbb{R}^*$, atunci

- $x^2 + \frac{1}{x^2} = 23$ ✓
- $x^2 + \frac{1}{x^2} = 27$
- $x^2 + \frac{1}{x^2} = 25$

- $x^2 + \frac{1}{x^2} = 21$

12. **item6-gr1-2**

Dacă $x - \frac{1}{x} = 5$, $x \in \mathbb{R}^*$, atunci $x^2 + \frac{1}{x^2}$ este egal cu:

- $x^2 + \frac{1}{x^2} = 27$ ✓
- $x^2 + \frac{1}{x^2} = 25$
- $x^2 + \frac{1}{x^2} = 23$
- $x^2 + \frac{1}{x^2} = 21$

13. **item7-gr2-1**

Dacă numerele reale a și b verifică relațiile $a - b = 2 - \sqrt{5}$, $a^2 + b^2 = 9$ și $b^4 = a^4 + 9$, atunci

- $a + b^2 = 7$ ✓
- $a + b^2 = 4 + \sqrt{5}$
- $a + b^2 = 0$
- $a + b^2 = 1$

14. **item7-gr2-2**

Dacă numerele reale a și b verifică relațiile $a - b = \sqrt{3} - 2$, $a^2 + b^2 = 7$ și $b^4 = a^4 + 7$, atunci

- $a + b^2 = 5$
- $a + b^2 = 1$
- $a + b^2 = 0$
- $a + b^2 = 4 + \sqrt{3}$ ✓

15. **item8-gr3-1**

Dacă $x, y \in \mathbb{R}$ și $\sqrt{9x^2 - 12x + 5} + \sqrt{4y^2 - 12y + 13} \leq 3$, atunci media geometrică a numerelor x și y este:

- $\frac{1}{1}$ ✓
- $\frac{1}{2}$
- $\frac{1}{3}$
- $\frac{3}{13}$
- $\frac{13}{12}$

16. **item8-gr3-2**

Dacă $x, y \in \mathbb{R}$ și $\sqrt{4x^2 - 12x + 13} + \sqrt{9y^2 - 12y + 5} \leq 3$, atunci media geometrică a numerelor x și y este:

- $\frac{1}{1}$ ✓
- $\frac{1}{2}$
- $\frac{1}{3}$
- $\frac{3}{13}$
- $\frac{13}{12}$

17. **item9-gr4-1**

Fie intervalul $A = \left(-3, -\frac{3}{2}\right)$ și B mulțimea numerelor reale care au partea întreagă egală cu -3 . Mulțimea $A \setminus B$ este egală cu:

- $\left[-2, -\frac{3}{2}\right)$ ✓
- $\left(-2, -\frac{3}{2}\right)$
- $\{-3\}$
- $(-3, -2)$

18. **item9-gr4-2**

Fie intervalul $A = \left(-4, -\frac{5}{2}\right)$ și B mulțimea numerelor reale care au partea întreagă egală cu -4 . Mulțimea $A \setminus B$ este egală cu:

- $\left[-3, -\frac{5}{2}\right)$ ✓
- $\left(-3, -\frac{5}{2}\right)$
- $\{-4\}$
- $(-4, -3)$

19. **item10-gr5-1**

Dacă $a, b, c \in \mathbb{R}$ și $\left|5a - \frac{1}{4}\right| + |2b + 6| + |3c - 12| = 0$, atunci

- $a \cdot b \cdot c = -0,6$ ✓
- $a \cdot b \cdot c = 1,05$
- $a \cdot b \cdot c = 0,6$
- $a \cdot b \cdot c = -1,2$

20. **item10-gr5-2**

Dacă $a, b, c \in \mathbb{R}$ și $|2a - 6| + |3b + 12| + \left|5c - \frac{1}{4}\right| = 0$, atunci

- $a \cdot b \cdot c = -0,6$ ✓
- $a \cdot b \cdot c = -0,95$
- $a \cdot b \cdot c = 0,6$
- $a \cdot b \cdot c = -1,2$

21. **item11-gr6-1**

Numărul numerelor iraționale de forma $\sqrt{2n+1}$, $n \in \mathbb{N}$ care aparțin intervalului $(7, 8)$ este egal cu:

- 7 ✓
- 16
- 0
- 17

22. **item11-gr6-2**

Numărul numerelor iraționale de forma $\sqrt{2n+1}$, $n \in \mathbb{N}$ care aparțin intervalului $(8, 9)$ este egal cu:

- 8 ✓
- 17
- 18
- 0

23. **item12-gr7-1**

Dacă

$$a_n = \frac{\sqrt{2}-\sqrt{1}}{\sqrt{2}} + \frac{\sqrt{3}-\sqrt{2}}{\sqrt{6}} + \frac{\sqrt{4}-\sqrt{3}}{\sqrt{12}} + \dots + \frac{\sqrt{n+1}-\sqrt{n}}{\sqrt{n(n+1)}}, n \in \mathbb{N}^*,$$

cu $n \leq 115$, atunci numărul numerelor raționale de forma a_n este:

- 9 ✓
- 10
- 11
- 12

24. **item12-gr7-2**

Dacă

$$a_n = \frac{\sqrt{2}-\sqrt{1}}{\sqrt{2}} + \frac{\sqrt{3}-\sqrt{2}}{\sqrt{6}} + \frac{\sqrt{4}-\sqrt{3}}{\sqrt{12}} + \dots + \frac{\sqrt{n+1}-\sqrt{n}}{\sqrt{n(n+1)}}, n \in \mathbb{N}^*,$$

cu $n \leq 125$, atunci numărul numerelor raționale de forma a_n este:

- 10 ✓
- 11
- 12
- 9

25. **item13-gr8-1**

Se consideră tetraedrul $ABCD$ în care $m(\widehat{BAD}) = m(\widehat{CAD}) = 60^\circ$, $AB = AC = 20\text{cm}$, iar triunghiul BCD este echilateral cu $BC = 10\sqrt{6}\text{cm}$. Măsura unghiului dintre planele (ABD) și (ACD) este:

- 90° ✓
- 30°
- 45°
- 60°

26. **item13-gr8-2**

Se consideră tetraedrul $ABCD$ în care $m(\widehat{BAD}) = m(\widehat{CAD}) = 60^\circ$, $AB = AC = 18\text{cm}$, iar triunghiul BCD este echilateral cu $BC = 9\sqrt{6}\text{cm}$. Măsura unghiului dintre planele (ABD) și (ACD) este:

- 90° ✓
- 30°
- 45°
- 60°

27. **item14-gr9-1**

Se consideră cubul $ABCD A' B' C' D'$ de latură $AB = 4\text{cm}$. Dacă M este mijlocul laturii CC' , atunci aria proiecției triunghiului $AD'M$ pe planul $(AA'D')$ este egală cu:

- 400 mm^2 ✓
- 40 mm^2
- $400\sqrt{2}\text{ mm}^2$
- $40\sqrt{2}\text{ mm}^2$

28. **item14-gr9-2**

Se consideră cubul $ABCD A' B' C' D'$ de latură $AB = 6\text{cm}$. Dacă M este mijlocul laturii BB' , atunci aria proiecției triunghiului $AD'M$ pe planul (ADD') este egală cu:

- 900 mm^2 ✓
- 90 mm^2
- $900\sqrt{2}\text{ mm}^2$
- $90\sqrt{2}\text{ mm}^2$

29. **item15-gr10-1**

Fie tetraedrul regulat $ABCD$ de latură 8 cm , în care E, F, G și H sunt mijloacele muchiilor DA, AB, BC , respectiv CD . Aria patrulaterului $EFGH$ este:

- 16 cm^2 ✓
- 8 cm^2
- $8\sqrt{3}\text{ cm}^2$
- $4\sqrt{3}\text{ cm}^2$

30. **item15-gr10-2**

Fie tetraedrul regulat $ABCD$ de latură 12 cm , în care E, F, G și H sunt mijloacele muchiilor DA, AC, CB , respectiv BD . Aria patrulaterului $EFGH$ este:

- 36 cm^2 ✓
- 18 cm^2
- $18\sqrt{3}\text{ cm}^2$
- $9\sqrt{3}\text{ cm}^2$

31. **item16-GM-1**

Dacă

$$A = \frac{1}{\sqrt{3+2\sqrt{1\cdot 2}}} + \frac{1}{\sqrt{5+2\sqrt{2\cdot 3}}} + \frac{1}{\sqrt{7+2\sqrt{3\cdot 4}}} + \dots + \frac{1}{\sqrt{2021+2\sqrt{1010\cdot 1011}}},$$

atunci partea întreagă a numărului A este

- $[A] = 30$ ✓
- $[A] = -30$
- $[A] = 31$
- $[A] = -31$

32. **item17-GM-2**

Dacă numerele reale x, y, z satisfac relația

$$2x^2 + 5y^2 + z^2 - 6x + 15y - z + 16 = 0,$$

atunci

- $x + 3y - 2z + 4 = 0$ ✓
- $x + 3y - 2z + 2 = 0$
- $x + 3y - 2z = 0$
- $x + 3y - 2z = 4$

33. **item18-GM-3**

Fie mulțimile

$$A = \left\{ \frac{1}{1 \cdot 2}, \frac{1}{2 \cdot 3}, \frac{1}{3 \cdot 4}, \dots, \frac{1}{2020 \cdot 2021} \right\}$$

și

$$B = \left\{ \frac{1}{1 \cdot 7}, \frac{1}{2 \cdot 8}, \frac{1}{3 \cdot 9}, \dots, \frac{1}{2015 \cdot 2021} \right\}.$$

Dacă mulțimea $A \cup B$ are n elemente, atunci:

- $n = 4034$ ✓
- $n = 4035$
- $n = 4029$
- $n = 4028$

34. **item19-GM-4**

În cubul $ABCD A' B' C' D'$ cu latura de lungime 4 cm, considerăm mijlocul M al laturii AB . Dacă $(MC'D) \cap BB' = \{N\}$, atunci aria patrulaterului $MNC'D$ este egală cu

- 18 cm^2 ✓
- 12 cm^2
- $6\sqrt{3} \text{ cm}^2$
- $6\sqrt{10} \text{ cm}^2$

35. **item20-GM-5**

Dacă $ABCD A' B' C' D'$ este un cub, atunci măsura unghiului dintre planele $(A'BC)$ și (ABC') este egală cu

- 60° ✓
- 120°
- 90°
- 45°