



Timp de lucru:120 minute

Fiecare problemă se punctează cu 1 punct.

Alegeți varianta corectă de răspuns

1. Dacă $x + \frac{1}{x} = 3$, atunci $x^4 + \frac{1}{x^4}$ este:
A. 81
B. 47
C. 27
D. 100
2. Numărul $s = \frac{1}{1 \cdot 5} + \frac{1}{5 \cdot 9} + \frac{1}{9 \cdot 13} + \dots + \frac{1}{2017 \cdot 2021}$ aparține intervalului:
A. $[2 ; 3)$
B. $(\frac{1}{2} ; 1)$
C. $[\frac{1}{5} ; \frac{1}{4})$
D. $(1 ; 2)$
3. Cel mai mare număr întreg care nu aparține intervalului $(-\frac{4}{3} ; +\infty)$ este:
A. -2
B. -1
C. 0
D. -3
4. Suma numerelor întregi a și b pentru care $(a ; b] \cap \mathbb{Z} = \{-1\}$ este egală cu:
A. -1
B. -3
C. 0
D. -2
5. Mulțimea soluțiilor reale ale inecuației $\frac{|x-1|}{x-3} \geq 0$ este:
A. $[1 ; +\infty)$
B. $[3 ; +\infty)$
C. $(3 ; +\infty) \cup \{1\}$
D. $(3 ; +\infty)$
6. Fie $x, y, z \in \mathbb{N}$ astfel încât $x \cdot y = 6$, $y \cdot z = 12$ și $z \cdot x = 8$. Rezultatul calculului $x^2 + y^2 + z^2$ este :
A. 19
B. 28
C. 36
D. 29

7. Dacă numerele raționale a și b verifică relația $(a\sqrt{3} + b) \cdot \sqrt{3} = (3 - 2\sqrt{3})^2$ atunci $a \cdot b$ este:

- A. 0 B. 84 C. -84 D. -48

8. Partea întreagă a numărului $a = \frac{1}{2\sqrt{1}+\sqrt{2}} + \frac{1}{3\sqrt{2}+2\sqrt{3}} + \frac{1}{4\sqrt{3}+3\sqrt{4}} + \dots + \frac{1}{2021\sqrt{2020}+2020\sqrt{2021}}$ este egală cu:

- A. 1 B. -1 C. 0 D. 2

9. Dacă $x \in [-5; 3]$ și $x - 8y + 5 = 0$, atunci expresia

$E = \sqrt{x^2 + 10x + 25 + y^2} + \sqrt{y^2 + x^2 - 2y - 6x + 10}$ are valoarea egală cu:

- A. 0 B. $\sqrt{65}$ C. $2\sqrt{65}y$ D. 2

10. Produsul numerelor reale x și y pentru care $5x^2 + y^2 + 20 = 2x + 3xy + 6y$ este egal cu:

- A. 12 B. 6 C. 16 D. -6

11. Dacă $a, b, c \in \mathbb{R}_+$ și $a + b + c = 2$, iar $x = \sqrt{5a+3} + \sqrt{5b+3} + \sqrt{5c+3}$ atunci:

- A. $x > 20$ B. $x = 12\sqrt{3}$ C. $x = 15$ D. $x \leq 11$

12. Fie $S = [\sqrt{1^2 + 4 \cdot 1}] + [\sqrt{2^2 + 4 \cdot 2}] + [\sqrt{3^2 + 4 \cdot 3}] + \dots + [\sqrt{2021^2 + 4 \cdot 2021}]$, unde $[a]$ este partea reală a numărului real a . Atunci S este egal cu:

- A. $2020 \cdot 2021$ B. 2021 C. $1010 \cdot 2021$ D. $1012 \cdot 2021$

13. Fie tetraedrul $ABCD$ și $E \in (AB)$. Numărul planelor distincte determinate de oricare trei dintre punctele A, B, C, D, E este egal cu:

- A. 4 B. 5 C. 6 D. 10

14. În prisma triunghiulară regulată $ABCDEF$ cu muchiile laterale AD, BE și CF , P este mijlocul segmentului EF . Măsura unghiului dintre AF și planul (DBP) este egală cu:

- A. 0° B. 90° C. 30° D. 60°

15. Fie $VABC$ o piramidă triunghiulară regulată cu vârful V , O centrul cercului circumscris triunghiului $\triangle ABC$, G_1 centrul de greutate al triunghiului $\triangle VAB$ și G_2 centrul de greutate al triunghiului $\triangle VAC$. Planul (OG_1G_2) este paralel cu planul:
- A. (VBC) B. (ABC) C. (VAC) D. (VAO)
16. În prisma triunghiulară regulată $ABCDEF$ cu muchiile laterale AD, BE și CF , $DA = AB = 6\text{ cm}$. Distanța de la mijlocul segmentului BC la planul (AFE) este egală cu:
- A. 6 B. $\frac{6\sqrt{21}}{7}$ C. $6\sqrt{21}$ D. 12
17. În cubul $ABCD A' B' C' D'$ notăm cu O_1, O_2, O_3 și O_4 centrele fețelor $ADD' A', CDD' C', ABB' A'$, respective $A' B' C' D'$. Măsura unghiului dintre dreptele $O_1 O_2$ și $O_3 O_4$ este egală cu:
- A. 0° B. 90° C. 30° D. 60°
18. Fie O centrul dreptunghiului $ABCD$, M un punct pe perpendiculara în A pe planul dreptunghiului, E mijlocul lui MB , F mijlocul lui MD , $\{L\} = MO \cap EF$ și $AL \perp (CEF)$. Măsura unghiului dintre dreptele CL și AC este egală cu:
- A. 0° B. 90° C. 30° D. 60°
19. Fie paralelipipedul dreptunghic $ABCD A' B' C' D'$ cu $AA' = 2 \cdot AB = 8a$, $M \in (DD')$ astfel încât $DM = a \cdot \left(1 + \frac{AD}{AC}\right)$ și $F \in (AA')$. Lungimea segmentului AF pentru care $CF + FM$ este minimă este egală cu:
- A. a B. $2a$ C. $3a$ D. $4a$
20. O furnică se deplasează pe suprafața piramidei triunghiulare regulate $VABC$, mergând pe toate fețele laterale, pe drumul cel mai scurt, pornind din vârful A și revenind tot acolo. Dacă $VA = 2\text{ cm}$ și $m(\sphericalangle AVB) = 40^\circ$, atunci distanța parcursă de furnică este:
- A. $2\sqrt{2}\text{ cm}$ B. 2 cm C. $\sqrt{3}\text{ cm}$ D. $2\sqrt{3}\text{ cm}$