

**Olimpiada SSM „Gazeta matematică“**  
**Clasa a IX-a**

*Notă:* Toate cele 20 de exerciții sunt obligatorii și sunt punctate cu câte 1 punct.

Dintre cele 5 variante de răspuns, una singură este corectă.

*Timp de lucru:* 2 ore.

1. Partea întreagă a numărului  $a = \frac{5}{\sqrt{2}-1}$  este:

- A.** 5;            **B.** 12;            **C.** 13;            **D.** -5;            **E.** 2;

2. Partea fracționară a numărului  $a = (\sqrt{3} - \sqrt{7})^2$  este:

- A.**  $\sqrt{3} - 1$ ;            **B.**  $\sqrt{7} - 2$ ;            **C.**  $1 - \sqrt{21}$ ;

- D.** Un număr rațional            **E.** Un număr irațional

3. Soluțiile ecuației  $[x + 2] = 4$  sunt:

- A.**  $x \in [2;3)$     **B.**  $x \in [-2;3)$     **C.**  $x = 2,3$     **D.**  $x \in \{2;3\}$     **E.**  $\{-2;3\}$

4. Suma soluțiilor ecuației  $||x + 2| - 3| = 4$  este:

- A.** -5;            **B.** -4;            **C.** 0;            **D.** 1;            **E.** 2;

5. Mulțimea  $A = (-3;5] \cap \mathbb{Z}$  are cardinalul egal cu:

- A.** 5;            **B.** 6;            **C.** 7;            **D.** 8;            **E.** 9;

6. Mulțimea  $M = \left\{ \frac{n}{n+1} \mid \frac{n}{n+1} \in \mathbb{N} \text{ și } n \in \mathbb{N} \right\}$  are cardinalul egal cu:

- A.** 0;            **B.** 1;            **C.** 2;            **D.**  $n$ ;            **E.**  $\mathbb{N}$ ;

7. Se dau mulțimile  $A = \{n \in \mathbb{N}^* \mid n : 2 \text{ și } n \leq 100\}$  și  
 $B = \{n \in \mathbb{N}^* \mid n : 3 \text{ și } n \leq 100\}$

Numărul elementelor mulțimii  $A \cup B$  este:

- A.** 66;            **B.** 67;            **C.** 83;            **D.** 84;            **E.** alt răspuns;

8. Cel mai mare număr  $x$  real pentru care  $a + \frac{1}{a} \geq x$ , pentru  $\forall a \geq 0$  este:

- A.**  $x = 0$ ;      **B.**  $x = 1$ ;      **C.**  $x = 2$ ;      **D.**  $x = 3$ ;      **E.**  $x = 4$ ;

9. Dacă  $a^2 + b^2 + 2a - 10b + 26 = 0$ , atunci:

- A.**  $a > b$ ;      **B.**  $2a = b$ ;      **C.**  $3a = b$ ;      **D.**  $a = 3b$ ;      **E.**  $a + b = 4$ ;

10. Suma elementelor mulțimii  $\{n \in \mathbb{N} \mid (7^n - 2^n) : 5, n \leq 100\}$  este:

- A.** 5000;      **B.** 5050;      **C.** 505;      **D.** 4950;      **E.** 495;

11. Produsul numerelor din mulțimea de adevăr a predicatului  $P(x): x \in \mathbb{R}, x^2 - 5x + 6 = 0$  este:

- A.** 2;      **B.** -5;      **C.** 6;      **D.** -2;      **E.** 5;

12. Se dau mulțimile  $A = \{5n + 2 \mid n \in \mathbb{N}\}$  și  $B = \{10^n - 6^n \mid n \in \mathbb{N}\}$ .

Dintre afirmațiile de mai jos, cea **falsă** este:

- A.**  $A$  și  $B$  sunt infinite;      **B.**  $A$  nu conține niciun pătrat perfect;      **C.**  $A \cap B = \emptyset$ ;  
**D.**  $A \cup B = \mathbb{N}$ ;      **E.**  $B$  nu conține cel puțin un număr prim;

13. Afirmația „ $2^n < 5n$ ” este adevărată pentru:

- A.** 4 numere naturale  $n$ ;      **B.** 3 numere naturale  $n$ ;      **C.** 5 numere naturale  $n$ ;  
**D.** o infinitate de numere naturale  $n$ ;      **E.** nu se poate preciza;

14. Suma  $S = 1 + 3 + 5 + \dots + 99$  este:

- A.** 1000;      **B.** 1001;      **C.** 999;  
**D.** un număr prim;      **E.** un număr pătrat perfect;

15. Dacă  $(a + 1)^2 + (b + 2)^2 + (c + 3)^2 + (d + 4)^2 = 0$ , atunci:

- A.**  $a + b + c + d = 10$ ;      **B.**  $a \cdot b \cdot c \cdot d = 24$ ;      **C.**  $ab + cd = 8$ ;  
**D.**  $ac + bd = 8$ ;      **E.**  $ad + bc = 8$ ;

16. Dacă în  $\triangle ABC$  se ia  $N =$  mijlocul lui  $[AC]$ ,  $M \in (AB)$  astfel încât  $BM = 3AM$  și punctul  $P \in (BC)$ , dincolo de  $C$ , cu  $BP = 3CP$ , atunci:

- A.**  $M, N, P$  coliniare;      **B.**  $MN \parallel BP$ ;      **C.**  $\triangle MNP$  isoscel;  
**D.**  $\triangle MNP$  dreptunghic;      **E.**  $M, N, P$  nu sunt coliniare;

17. Dacă  $\triangle ABC$  este echilateral cu lungimea laturii de 6 cm și  $M =$  mijlocul lui  $[BC]$ , atunci modulul vectorului  $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{MC}$  este egal cu:

- A.**  $3\sqrt{3}$ ;      **B.**  $6\sqrt{3}$ ;      **C.**  $2\sqrt{3}$ ;      **D.**  $4\sqrt{3}$ ;      **E.**  $5\sqrt{3}$ ;

18. Dacă  $ABCD$  și  $BCEF$  sunt două pătrate în același plan și  $\overrightarrow{AE} = a \cdot \overrightarrow{AD} + b \cdot \overrightarrow{AB}$ , atunci suma  $a + b$  este egală cu:

- A.** 3;      **B.** 1;      **C.** -1;      **D.** 2;      **E.** 0;

19. Dacă  $ABCD$  este un dreptunghi cu centrul în  $O$  și  $M$  un punct oarecare în planul  $(ABC)$  și  $\overrightarrow{MA} + \overrightarrow{MB} + \overrightarrow{MC} + \overrightarrow{MD} = m \cdot \overrightarrow{MO}$ , atunci  $m$  este egal cu:

- A.** 2;      **B.** 3;      **C.** 4;      **D.** 5;      **E.** 6;

20. Dacă  $G$  este centrul de greutate pentru  $\triangle ABC$ , atunci suma vectorială  $\overrightarrow{AG} + \overrightarrow{BG} + \overrightarrow{CG}$  este:

- A.**  $\vec{0}$ ;      **B.**  $\overrightarrow{AB}$ ;      **C.**  $\overrightarrow{AC}$ ;      **D.**  $\overrightarrow{BC}$ ;      **E.** 0;