

CLASA A VIII-a

Timp de lucru 120 minute. Fiecare problemă se punctează cu un punct.

Alegeți varianta corectă de răspuns. O singură variantă este corectă

1) Dacă $E(x, y) = \sqrt{x^2 - 6x + 13} + \sqrt{y^2 - 6y + 10}$ unde $x, y \in \mathbb{R}$, atunci valoarea minimă a expresiei $E(x, y)$ este:

- A)0 B)1 C)3 D)2 E) alt răspuns

2) Fie triunghiul ABC isoscel cu $AB = AC = 30 \text{ cm}$ și $BC = 36 \text{ cm}$. În punctul A se ridică perpendiculara AM pe planul (ABC) cu $AM = 10 \text{ cm}$. Semidreptele (AE) și (AF) sunt bisectoarele \widehat{MAB} și \widehat{MAC} , unde $E \in MB$ și $F \in MC$. Lungimea segmentului $[EF]$ este:

- A) 6cm B) 9cm C)12cm D)24 cm E) alt răspuns

3) Fie $ABCD A'B'C'D'$ un cub, iar punctul P este mijlocul segmentului $[CC']$. Atunci măsura unghiului dintre planele $(A'BD)$ și (BDP) este :

- A) 60° B) 45° C) 90° D) 30° E) alt răspuns

4) Dacă a, b, c sunt numere întregi și $[a, b] \cap \mathbb{Z} = \{a; b; c\}$ iar $a^2 + b^2 - 2b - a = 3$ atunci suma $a + b + c$ este:

- A)5 B)6 C)7 D)8 E) alt răspuns

5) $ABCD$ este un tetraedru regulat cu muchia de lungime 6 cm . Punctul P se află pe BC astfel încât $BP = 1 \text{ cm}$. Atunci distanța de la punctul P la muchia AD este:

- A) $\sqrt{11} \text{ cm}$ B) 4 cm C) $6\sqrt{2} \text{ cm}$ D) $\sqrt{22} \text{ cm}$ E) alt răspuns

6) În triunghiul ABC , măsura unghiului \hat{C} este de 90° , iar medianele CM și BN sunt perpendiculare. Dacă $BC = a$, atunci BN este egal cu:

- A) $\frac{a\sqrt{6}}{2}$ B) $\frac{a\sqrt{5}}{2}$ C) $a\sqrt{2}$ D) $2a\sqrt{3}$ E) alt răspuns

7) Partea întreagă a numărului $x = \sqrt{3 - 2\sqrt{2}} + \sqrt{5 - 2\sqrt{6}} + \dots + \sqrt{4041 - 2\sqrt{2020 \cdot 2021}}$ este:

- A)33 B)34 C)35 D)0 E) alt răspuns

8)Dacă $[a, b, c]^3 = \overline{abc}$, unde $[a, b, c]$ =cel mai mic multiplu comun, atunci $(a + b + c)^3$ este egal cu:

- A)216 B)512 C)729 C)125 E) alt răspuns

9) Dacă $a^2 + 6a = 1$, atunci numărul $\sqrt{a(a+2)(a+4)(a+6)}$ este egal cu:

A)3 B)9 C) $2\sqrt{2}$ D) $2\sqrt{3}$ E) alt răspuns

10) Suma numerelor întregi y pentru care există $x \in \mathbb{Z}$ astfel încât $x^2 - y^2 = 2022 - 2y$ este egală cu:

A)2 B)4 C) 2022 D) 2024 E) alt răspuns

11) Dacă $ABCDEFGH$ este un cub, sinusul unghiului dintre dreptele AG și EC este egal cu:

A) $\frac{4\sqrt{2}}{9}$ B) $\frac{2\sqrt{2}}{3}$ C) $\frac{\sqrt{6}}{3}$ D) $\frac{\sqrt{2}}{3}$ E) alt răspuns

12) Un cort $VABC$ are forma unui tetraedru regulat de muchie $2m$. O furnică merge, pe două din fețele laterale ale cortului, de la A la C , pe drumul cel mai scurt. Lungimea drumului parcurs de furnică este egal cu:

A) $\sqrt{3}m$ B) $2\sqrt{3}m$ C) $4m$ D) $2m$ E) alt răspuns

13) Fie x un număr real astfel încât $\frac{x}{x^2+x+1} = \frac{1}{4}$ și numărul $a = \frac{x^4}{x^8+x^4+1}$. Numărul a este :

A)48 B) 4 C) $\frac{1}{3}$ D) $\frac{1}{48}$ E) alt răspuns

14) Fie $x, y \in \mathbb{R}$ astfel încât $2x^2 + 2y^2 - 11 = 2(xy + 2x - y)$. Atunci $x + y$ aparține intervalului :

A) $[-7,9]$ B) $[-1,4]$ C) $(-\infty, 0)$ D) $[1, \infty)$ E) alt răspuns

15) Fie O un punct al perpendicularei în A pe planul dreptunghiului $ABCD$, iar M, N, P proiecțiile lui A pe OB, OC respectiv OD . Valoarea sumei $\frac{MB}{MO} + \frac{PD}{PO}$ este:

A) $\frac{MB}{PD}$ B) $\frac{NO}{NC}$ C) $\frac{MO}{PO}$ D) $\frac{NC}{NO}$ E) alt răspuns

16) Dacă $x, y \in \mathbb{R}$ verifică relația $\sqrt{16x^2 + 64x + 64} + |4 + 2x| + \sqrt{y^2 - 2y + 1} = 0$, atunci $x + y$ este :

A)1 B) 2 sau -2 C) -1 D) 3 E) alt răspuns

17) Pentru cate valori ale lui n , $n \in \mathbb{N}$, $n < 1000$ numărul $n^2 + 8n - 85$ este divizibil cu 101?

A)0 B)1 C)9 D)10 E) alt răspuns

18) Un cub de latură n , $n > 2$, se vopsește în verde, iar apoi e tăiat în n^3 cubulețe. Dacă numărul cubulețelor care au exact o față verde este egal cu numărul celor care au două fețe verzi, valoarea numărului n este:

A)5 B)6 C)8 D)4 E) alt răspuns

19) Fie cubul $ABCD A' B' C' D'$ de latură 10cm. Sinusul unghiului diedru format de planele $(AB'D')$ și (ABC'') este egal cu:

A) $\frac{\sqrt{3}}{2}$

B) $\frac{\sqrt{3}}{3}$

C) $\frac{\sqrt{6}}{2}$

D) $\frac{\sqrt{2}}{2}$

E) alt răspuns

20) Numărul perechilor ordonate (x, y) de numere naturale pentru care are loc relația $x + y = \sqrt{x} + \sqrt{y} + \sqrt{x \cdot y}$ este:

A)3

B)6

C)4

D)5

E) alt răspuns