

Olimpiada națională „Gazeta Matematică”
Clasa a VII-a
Școala generală „Vasile Alecsandri”

1. Suma numerelor întregi a și b pentru care

$$\frac{a}{\sqrt{2+\sqrt{3}}} + \frac{b}{\sqrt{4+\sqrt{15}}} = \frac{2}{\sqrt{3+\sqrt{5}}} \quad \text{este:}$$

- A. 2
- B. 4
- C. 10
- D. 23

2. Ordinea crescătoare a numerelor $a = \sqrt{8} - \sqrt{50} - \sqrt{18}$, $b = -\sqrt{12} - \sqrt{27}$ și $c = -\sqrt{74}$ este:

- A. a, b, c
- B. b, a, c
- C. c, b, a
- D. b, c, a

3. Dacă $a = \left(\frac{2}{3}\right)^n : \frac{2^{n+1}+6^{n+1}}{3^{n+1}+9^{n+1}}$, unde $n \in \mathbb{N}$, atunci $\left(\frac{2a}{3}\right)^{2021}$ este egal cu:

- A. $\frac{3}{2}$
- B. 1
- C. 2021
- D. 0

4. Dacă numerele întregi x, y verifică egalitatea $(x+5)^2 + (y-2)^2 = 5$, atunci valoarea minimă a sumei $x+y$ este:

- A. - 6
- B. - 8
- C. - 2
- D. 0

5. Trapezul ABCD, cu $AB \parallel CD$, are diagonalele perpendiculare și $m(\angle CAB) = 60^\circ$. Dacă lungimile bazelor sunt de 12cm, respectiv de 8cm, atunci lungimea diagonalei AC este de:

- A. 10 cm
- B. 6 cm
- C. 8 cm
- D. $10\sqrt{3}$ cm

6. Calculând $\sqrt{(5 - \sqrt{3})^2} - \sqrt{(2\sqrt{3} - 3\sqrt{2})^2} - \sqrt{(5 - 3\sqrt{2})^2} + \sqrt{7^2 - 1^2}$ obținem:

- A. $5\sqrt{3}$
- B. $6\sqrt{2} + 4\sqrt{3}$
- C. $\sqrt{3}$
- D. $6 + \sqrt{3}$

7. Fie punctele A, B, C aparținând unui cerc astfel încât A și B diametral opuse, măsura arcului mic BC este dublul măsurii arcului mic AC și $AC = 4\sqrt{3}$ cm. Lungimea diametrului cercului pe care se află punctele A, B, C este egală cu:

- A. $4\sqrt{3}$ cm
- B. $16\sqrt{3}$ cm
- C. $2\sqrt{3}$ cm
- D. $8\sqrt{3}$ cm

8. Un trapez dreptunghic ABCD, $AB \parallel CD$, $A > CD$, $m(\angle A) = m(\angle D) = 90^\circ$ are aria 42 cm^2 . Dacă $AD = 6$ cm atunci lungimea liniei mijlocii a trapezului este:

- A. 12
- B. 6
- C. 36
- D. 7

9. Suma tuturor numerelor naturale n pentru care numărul $r = \frac{\sqrt{7} + 2\sqrt{n}}{2\sqrt{7} - \sqrt{n}}$ este număr întreg este egală cu:

- A. 406
- B. 413
- C. 412
- D. 350

10. Elevii unei clase merg în drumeție, pe o potecă de munte, unul în spatele celuilalt. Când Daniel a ajuns la cabană, în cabană se aflau deja jumătate din numărul celor

aflați încă pe traseu. Alexia a sosit a zecea după Daniel, iar după ea au rămas de două ori mai puțini elevi decât cei ajunși înaintea sa. Câți elevi au fost, în total, în drumeție:

- A. 32
- B. 26
- C. 28
- D. 31

11. Într-un triunghi ABC dreptunghic în A se înscrie un cerc cu raza de 2 cm. Dacă lungimea segmentului (BC) este egală cu 10 cm, atunci măsura unghiului \sphericalangle BIC, unde I este centrul cercului înscris în triunghiul ABC, este egală cu:

- A. 125°
- B. 120°
- C. 135°
- D. 110°

12. Determinați numărul natural n dacă $A = \{ x \in \mathbb{N} \mid 2^n < x < 2^{n+1} \}$, iar $\text{card}(A) = 2047$:

- A. 20
- B. 21
- C. 11
- D. 12

13. Un romb cu perimetrul egal cu 48 și $m(\sphericalangle ABC) = 120^{\circ}$, diagonala BD are lungimea:

- A. 13
- B. 5
- C. $\sqrt{124}$
- D. $3\sqrt{16}$

14. Dacă $x, y \in \mathbb{Z}$ și $2 \cdot x^2 - 5 \cdot x \cdot y + 2 \cdot y^2 + 13 = 0$, atunci numărul $S = |x + y|$ este egal cu:

- A. 15
- B. 10
- C. 11
- D. 14

15. Punctele A,B,C sunt situate pe un cerc de centru O și de rază $r = 6$ cm , astfel încât [AB] este diametru. Bisectoarea unghiului \sphericalangle ACB intersectează cercul C(O,r) în punctul D, iar $m(\sphericalangle CBA) = 55$. Măsura unghiului ascuțit determinat de diagonalele patrulaterului ACBD este egală cu:

- A. 105^0
- B. 80^0
- C. 100^0
- D. 75^0

16. Fie I centrul cercului înscris în triunghiul ABC în care $\sphericalangle BAC = 75^0$, $\sphericalangle ACB = 45^0$ și $IB = 6$ cm. Măsura unghiului ABC este de:

- A. 60^0
- B. 70^0
- C. 50^0
- D. 45^0

17. Suma numerelor naturale nenule m și n pentru care $\frac{4 \cdot n}{2 \cdot m + 3} = \frac{n - 2}{m}$ este egală cu:

- A. 16
- B. 9
- C. 11
- D. 14

18. Dacă $A = |3\sqrt{2} - 3| + |3\sqrt{2} - 5| - |3\sqrt{2} + 3| + |3\sqrt{2} + 5|$, atunci:

- A. $A = 4$
- B. $A = 6\sqrt{2}$
- C. $A = 0$
- D. $A = 10$

19. Dacă un triunghi dreptunghic are lungimea ipotenuzei de $2 \cdot (6 + 9\sqrt{2})$ cm, atunci distanța dintre ortocentrul triunghiului și centrul său de greutate este:

- A. $OH = (4 + 6\sqrt{2})$ cm
- B. $OH = (4 + 3\sqrt{2})$ cm
- C. $OH = (2 + 3\sqrt{2})$ cm
- D. $OH = 3\sqrt{2}$ cm

20. În triunghiul ascuțitunghic ABC, bisectoarea unghiului \widehat{ABC} intersectează perpendiculara din A pe dreapta BC în punctul E și perpendiculara din A pe dreapta AB în punctul D. Dacă triunghiul ADE este echilateral și $AD = 5$ cm, atunci distanța de la punctul A la dreapta BC este:

A. $d(A, BC) = \frac{15}{2} \text{ cm}$

B. $d(A, BC) = \frac{17}{2} \text{ cm}$

C. $d(A, BC) = 8 \text{ cm}$

D. $d(A, BC) = 7 \text{ cm}$

Profesor: Szmeteanca Eduard-Gabriel

RĂSPUNSURI

- 1. A**
- 2. D**
- 3. B**
- 4. A**
- 5. A**
- 6. A**
- 7. D**
- 8. D**
- 9. B**
- 10. D**
- 11. C**
- 12. C**
- 13. D**
- 14. D**
- 15. B**
- 16. A**
- 17. C**
- 18. A**
- 19. A**
- 20. A**