

OLIMPIADA PE SCOALA

CLASA 11

26.02.2021

1 PROBLEME

1. Fie x_1, x_2, x_3 solutiile ecuatiei $\begin{vmatrix} x & 1 & -2 \\ -2 & x & 1 \\ 1 & -2 & x \end{vmatrix} = 0$ Suma $x_1^2 + x_2^2 + x_3^2$ este :
 (A) 1 (B) 5 (C) 0 (D) -12
2. Fie $A \in M_3(R)$. Calculati $\det(A - A^t)$
 (A) 0 (B) 1 (C) 2 (D) 3
3. Numerele reale m pentru care urmatoarele puncte sunt coliniare $A(m-1, 3)$, $B(2m, -m)$ $C(2m-3, m+1)$ sunt:
 (A) $\{-2, 2\}$ (B) -2 (C) 2 (D) \emptyset
4. Fie matricea $A = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 4 \end{pmatrix}$ Atunci matricea sa adjuncta A^* este:
 (A) $\begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 4 \end{pmatrix}$ (B) $\begin{pmatrix} 4 & -2 \\ -3 & 1 \end{pmatrix}$ (C) $\begin{pmatrix} -1 & 2 \\ 3 & -4 \end{pmatrix}$ (D) $\begin{pmatrix} 4 & 3 \\ 2 & 1 \end{pmatrix}$
5. Fie $A \in M_n(C)$ $A^3 = 0_n$. Inversa matricei $I_n + A + A^2$ este :
 (A) $I_n + A$ (B) I_n (C) $I_n - A$ (D) Nu este inversabila
 Fie permutarea $\sigma = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 \\ 4 & 1 & 2 & 3 \end{pmatrix}$
6. Ordinul permutarii σ este:
 (A) 1 (B) 2 (C) 3 (D) 4
7. Permutarea σ este :
 (A) para
 (B) impara
 (C) si para si impara
 (D) nici para nici impara
8. Inversa permutarii σ este :
 (A) e (B) σ (C) σ^2 (D) Niciunul din A,B,C nu merge
9. Fie matricea $A = \begin{pmatrix} 10 & -4 \\ 5 & 6 \end{pmatrix}$ si $B = \begin{pmatrix} -3 & 3 \\ 1 & 7 \end{pmatrix}$ si α suma elementelor $AB - A^t B^t$. Atunci α este :
 (A) -82 (B) 47 (C) -38 (D) 82

10. Cate perechi de matrice $A, B \in M_n(C)$ exista astfel incat $AB - BA = I_n$?
 (A) 1 (B) 2 (C) 0 (D) ∞
11. $\lim_{n \rightarrow +\infty} n^2 \sin \frac{2}{n^2}$
 (A) $\frac{1}{2}$ (B) 2 (C) ∞ (D) 0
12. Fie afirmatiile:
 a) Orice sir nemarginit superior are un subsir cu limita ∞
 b) Orice sir divergent este nemarginit superior.
 Stabiliti care dintre urmatoarele afirmatii este adevarata:
 (A) a) este adevarata si b) adevarata
 (B) a) este falsa si b) adevarata
 (C) a) este adevarata si b) falsa
 (D) a) este falsa si b) falsa
13. $\lim_{n \rightarrow +\infty} n \ln(1 + \frac{1}{n})$
 (A) 0 (B) ∞ (C) 1 (D) -1
14. Constanta a reala pentru care $\lim_{n \rightarrow +\infty} (\frac{n+a}{n+3})^n = e^2$ este:
 (A) 4 (B) 5 (C) 6 (D) 7
15. Constantele a si b reale pentru care dreapta de ecuatie $y = 2x-3$ sa fie asimptota oblica spre $+\infty$ pentru functia $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = \frac{ax^3+bx^2-3}{2x^2+1}$ sunt:
 (A) a = 4, b = -6
 (B) a = -4, b = 6
 (C) a = 4, b = 6
 (D) a = -4, b = -6
16. Fie $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ astfel incat $\forall x \in \mathbb{R} f(f(x)) = -x$. Stabiliti care dintre urmatoarele afirmatii este falsa:
 (A) f e continua si injectiva
 (B) f e discontinua si injectiva
 (C) f e discontinua si surjectiva
 (D) f e discontinua si bijectiva
17. $\lim_{n \rightarrow +\infty} \sum_{k=1}^n \frac{k}{n^2+k^2}$
 (A) 1 (B) 4 (C) $\frac{1}{2}$ (D) 0

18. Sirul $a_n = \sqrt{n} + \sqrt{n+1}$ este:

- (A) convergent
- (B) Divergent cu limita ∞
- (C) Divergent cu limita $-\infty$
- (D) Divergent fara limita

19. Care este numarul de puncte in care functia urmatoare este continua $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$

$$f(x) = \begin{cases} x, & x \in \mathbb{Q} \\ \sqrt{2}, & x \in \mathbb{R} - \mathbb{Q} \end{cases}$$

- (A) 0 (B) 1 (C) 2 (D) ∞

20. Fie $f : [a, b] \rightarrow (a, b)$, surjectiva. Stabiliti care afirmatie este adevarata:

- (A) f e continua
- (B) f e discontinua
- (C) Exista si functii continue si functii discontinue care sa respecte proprietatile.
- (D) Niciun raspuns valabil