

Olimpiada Națională
GAZETA MATEMATICĂ

Clasa a VIII-a

Etapa I

Timp de lucru: 120 de minute

Fiecare problemă se punctează cu 1 punct

Alegeți varianta corectă de răspuns. O singură variantă este corectă.

1. Dacă $x \in [-\frac{1}{2}; 4]$ și $E(x) = \sqrt{x^2 + x + \frac{1}{4}} + \sqrt{x^2 - 8x + 16}$, atunci valoarea lui $E(x)$ este:

- a) 4 b) 5 c) $\frac{9}{2}$ d) $\frac{7}{4}$

2. Dacă $x + \frac{1}{x} = 10$, atunci $|x - \frac{1}{x}|$ are valoarea:

- a) $2\sqrt{3}$ b) $3\sqrt{6}$ c) $4\sqrt{6}$ d) 4

3. Dacă $a = \sqrt{2 - \sqrt{3}} - \sqrt{2 + \sqrt{3}}$, atunci a este egal cu:

- a) $\sqrt{3}$ b) $-\sqrt{2}$ c) $\sqrt{2}$ d) 2

4. Știind că $x, y \in \mathbb{R}$ și $x^2 + 4y^2 - 6x + 4y + 1 = 0$, atunci x aparține intervalului:

- a) $[-1; 3]$ b) $[0; 6]$ c) $[1; 3]$ d) $[2; 3]$

5. Dacă $x, y \in \mathbb{Z}$ și $3x^2 - 10xy + 3y^2 + 13 = 0$, atunci numărul $S = |x + y|$ este egal cu:

- a) 10 b) 9 c) 7 d) 8

6. Dacă a, b, c sunt numere reale pentru care avem: $a^2 + 2c^2 - 2bc = 2025$ și $2ac - b^2 = 2025$, atunci $|a| + |b| + |c|$ este egal cu:

- a) 225 b) 135 c) 150 d) 180

14. Distanța de la A la planul (B'CD') este egală cu:

- a) $\sqrt{3}$ cm b) $2\sqrt{3}$ cm c) 3 cm d) $3\sqrt{6}$ cm

15. Dacă O este centrul feței BCC'B', cosinusul unghiului format de dreapta AO cu BD este:

- a) $\frac{2}{3}$ b) $\frac{\sqrt{3}}{3}$ c) $\frac{\sqrt{3}}{6}$ d) $\frac{3}{5}$

16. Dacă M este mijlocul muchiei CC' și $BM \cap B'C' = \{ P \}$, atunci aria triunghiului A'PB este egală cu:

- a) 10 cm^2 b) 12 cm^2 c) $12,5 \text{ cm}^2$ d) $13,5 \text{ cm}^2$

Problemele **17 – 18** se referă la următorul enunț:

În tetraedrul regulat ABCD notăm cu A_1, B_1, C_1 și D_1 centrele de greutate ale fețelor BCD, ACD, ABD, respectiv ABC. M este mijlocul muchiei AB, N mijlocul muchiei CD și $MN = 6\sqrt{2}$ cm.

17. Măsura unghiului dintre dreptele A_1C_1 și B_1D_1 este egală cu:

- a) 30° b) 45° c) 90° d) 0°

18. Muchia tetraedrului este egală cu:

- a) 6 cm b) 24 cm c) 12 cm d) 18 cm

19. Fie prisma triunghiulară regulată ABCA'B'C' cu $AB = 8$ cm. Dacă măsura unghiului dintre dreptele BC' și A'C este 90° , atunci lungimea segmentului AA' este:

- a) 12 cm b) 4 cm c) 8 cm d) $4\sqrt{2}$ cm

20. VABCDEF este o piramidă hexagonală regulată cu $VA = 10$ cm și $m(\angle AVB) = 20^\circ$. O furnică pleacă din punctul A, mergând pe suprafața laterală a piramidei, și ajunge tot în A, pe drumul cel mai scurt.

Lungimea drumului parcurs de furnică este:

- a) 30 cm b) 20 cm c) $20\sqrt{2}$ cm d) $10\sqrt{3}$ cm