Olimpiada Națională
GAZETA MATEMATICĂ
clasa a VII-a
Etapa I
26 februarie 2021

Timp de lucru: **120 de minute**
Fiecare problemă rezolvată corect se punctează cu **1 punct**.
Alegeți varianta corectă de răspuns. **O singură variantă este corectă**.

1. Suma $\left|\pi-2\sqrt{3}\right|+\left|2\sqrt{3}+\pi\right|+\left(1-2\sqrt{3}\right)^2$ este egală cu:
   A. 0 **B.** 1 **C.** $4\sqrt{3}$ **D.** 13

2. Numărul $\sqrt{2021^{2020}-2019^{2018}}$ aparține mulțimii:
   A. $\mathbb{N}$ **B.** $\mathbb{Z}$ **C.** $\mathbb{Q}\setminus\mathbb{N}$ **D.** $\mathbb{R}\setminus\mathbb{Z}$

3. Soluția ecuației $\frac{3}{1}+\frac{3}{1+2}+\frac{3}{1+2+3}+\ldots+\frac{3}{1+2+3+\ldots+x}=\frac{4048}{675}$ este:
   A. 2020 **B.** 2021 **C.** 2022 **D.** 2024

4. Câte numere $\overline{xyz}$ scrise în baza 10, având cifre nenule și diferite au proprietatea că $\sqrt{\overline{xx}+\overline{yy}+\overline{zz}}$ este un număr rațional ?
   A. 36 **B.** 18 **C.** 45 **D.** 30

5. Care este ultima cifră a sumei $\left[\sqrt{1\cdot 2}\right]+\left[\sqrt{2\cdot 3}\right]+\cdots+\left[\sqrt{2019\cdot 2020}\right]$, unde am notat cu $[x]$ partea întreagă a numărului real x ?
   A. 0 **B.** 5 **C.** 2 **D.** 1

6. Soluția reală a ecuației $[100x]+\{101x\}=101$ este:
   A. $\frac{101}{100}$ **B.** $\frac{103}{101}$ **C.** $\frac{101}{103}$ **D.** $\frac{100}{101}$

7. Cardinalul mulțimii $A = \left\{\overline{abc} \;\middle|\; \frac{a+b}{b+c} = \frac{a-b}{c-b}, b \neq c\right\}$ este:

A. 9 **B.** 81 **C.** 153 **D.** 162

8. Partea întreagă a numărului real $1 - \pi$ este:

A. -4 **B.** -3 **C.** -2 **D.** 0

9. Suma numerelor $\overline{ab}$ pentru care $\sqrt{\overline{ab} + 2} = a + b$ este:

A. 23 **B.** 64 **C.** 85 **D.** 89

10. Pentru câte numere naturale nenule n, numărul $\sqrt{1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot \ldots n + 12}$ este natural ?

A. 0 **B.** 1 **C.** 2 **D.** alt răspuns

11. Dacă aria unui pătrat este egală cu aria unui trapez isoscel ortodiagonal cu baza mică de $6\ cm$ și baza mare de $8\ cm$, atunci perimetrul pătratului este egal cu:

A. 28 *cm* **B.** 30 *cm* **C.** 16 *cm* **D.** 14 *cm*

12. Într-un triunghi o bisectoare și o mediană sunt perpendiculare. Dacă lungimile laturilor triunghiului sunt 3 numere consecutive, perimetrul este:

A. 6 **B.** 9 **C.** 12 **D.** 21

13. Fie triunghiul ABC și punctele $D, E \in (BC)$ astfel încât $\frac{BD}{DC} = k$ și $\frac{EC}{BE} = k$, $k < 1$. Raportul dintre ariile triunghiurilor *ADE* și *ABC* este:

A. $\frac{k}{k+1}$ **B.** $\frac{1-k}{1+k}$ **C.** k^2 **D.** k

14. Fie rombul $ABCD, BD = 24\ cm, AC = 32\ cm$, atunci distanța de la punctul B la dreapta CD este egală cu:

A. 9,6 *cm* **B.** 19,2 *cm* **C.** 20 *cm* **D.** alt răspuns

Problemele **15-16** se referă lau următorul enunț:
Punctele A, B, C sunt situate pe un cerc de centru O și de rază $r = 6\ cm$, astfel încât $[AB]$ este diametru. Bisectoarea unghiului $\sphericalangle ACB$ intersectează cercul $C\ (O, r\ )$ în punctul *D*, iar $\sphericalangle CBA = 55^o$.

15. Măsura unghiului ascuţit determinat de diagonalele patrulaterului ACBD este egală cu:
   A. 75^o **B.** 80^o **C.** 90^o **D.** 100^o

16. Aria triunghiului ABD este egală cu:
   A. $12\ cm^2$ **B.** $18\ cm^2$ **C.** $36\ cm^2$ **D.** $40\ cm^2$

17. În dreptunghiul $ABCD, AB < BC$, măsura unghiului format de diagonale este de 80^o. Considerăm un punct oarecare M situat pe latura (CD) a dreptunghiului. Dacă $AM \cap BC = \{N\}$_si $BM \cap AD = \{P\}$, atunci suma ariilor triunghiurilor ADN și BCP este egală cu:
   A. $\frac{1}{2}AC^2$ **B.** $AB^2\sqrt{3}$ **C.** $\frac{1}{2}\mathcal{A}_{ABCD}$ **D.** $40\ cm^2$

18. În triunghiul ascuțitunghic ABC, bisectoarea unghiului ABC intersectează perpendiculara din A pe dreapta BC în punctul E și perpendiculara din A pe dreapta AB în punctul D. Dacă triunghiul ADE este echilateral și $AD = 5\ cm$, atunci distanța de la punctul A la dreapta BC este:
   A. $\frac{15}{2}\ cm$ **B.** $7\ cm$ **C.** $8\ cm$ **D.** $\frac{17}{2}\ cm$

19. Dacă din mulțimea $A = \{1;\ 2;\ 3; \ldots .2020\}$ se extrage un grup de două numere, atunci probabilitatea ca produsul numerelor extrase să fie 2020 este:
   A. $\frac{1}{339865}$ **B.** $\frac{1}{407838}$ **C.** $\frac{2}{1010}$ **D.** $\frac{1}{2020}$

20. Fie numerele naturale x, y, z. Dacă x și y sunt direct proporționale cu 7 și 8, iar y și z sunt invers proporționale cu 3 și 4, atunci:

   A. Doar $x^2 + y^2$ e pătrat perfect.
   B. Numerele $x^2 + y^2$ și $y^2 + z^2$ sunt pătrate perfecte.
   C. Doar $y^2 + z^2$ este pătrat perfect.
   D. Numerele $x^2 + y^2$ și $y^2 + z^2$ nu sunt pătrate perfecte.