Timp de lucru 120 de minute. Pentru fiecare întrebare, un singur răspuns este cel corect.

1. Mulţimea punctelor de acumulare ale mulţimii $A = \left\{ \frac{1}{n} + \cos\frac{n\pi}{3} \middle| n \in \mathbb{N}^* \right\}$ este:

A $\left\{-1, 1, \frac{1}{2}, -\frac{1}{2}\right\}$ **B** $\{-1, 1\}$ **C** $\{0, -1, 1\}$ **D** $\emptyset$ **E** $\left\{-\frac{\sqrt{3}}{2}, \frac{\sqrt{3}}{2}, -1, 1\right\}$

2. Marginea superioară a mulţimii $B = \left\{ \sum_{k=1}^{n} \frac{1}{\sqrt{k}} - 2\sqrt{n} \mid n \in \mathbb{N}^* \right\}$ este:

A 0 **B** 1 **C** -1 **D** -2 **E** $-\frac{3}{2}$

3. Limita şirului $x_n = n\left(\sqrt{\frac{n}{n-1}} - 1\right)$ este:

A $\frac{1}{2}$ **B** 0 **C** $+\infty$ **D** $\frac{1}{3}$ **E** $-\frac{1}{2}$

4. Şirul $(x_n)_{n\geqslant 1}$ definit prin $x_0 \in (0,1)$ şi $x_{n+1} = x_n - x_n^2 + x_n^3 - x_n^4 + x_n^5 - x_n^6, \forall n \in \mathbb{N}$

A este strict crescător **B** este nemărginit **C** este strict descrescător **D** are limita 1 **E** are limita $\ell \in (0,1)$

5. Şirul $(x_n)_{n\in\mathbb{N}}$ definit prin $x_0 = 1$ şi $4x_{n+1}x_n^2 + 2x_n(x_{n+1} - 1) + x_{n+1} = 0$, $\forall n \in \mathbb{N}$. are limita

A $\frac{-1-\sqrt{5}}{2}$ **B** 0 **C** $\frac{\sqrt{5}-1}{4}$ **D** 1 **E** $+\infty$

6. Dacă şirul $(x_n)_{n\in\mathbb{N}}$ este definit prin $x_0 = 1$ şi $x_{n+1} = 2x_n + \frac{1}{x_n}, \forall n \in \mathbb{N}$, atunci:

A $x_{2021} < 2^{2000}$ **B** $x_{2021} < \frac{2^{2024}}{\sqrt{3}}$ **C** $\lim\limits_{n\to\infty} x_n = 2$ **D** $\lim\limits_{n\to\infty} x_n = 10$ **E** $x_n \leqslant 2020, \forall n \in \mathbb{N}$

7. $\lim\limits_{n\to\infty} \sum\limits_{k=1}^{n} \frac{1}{k(k+2)}$ este:

A $\frac{1}{3}$ **B** 0 **C** $\frac{3}{4}$ **D** 1 **E** $+\infty$

8. Mulţimea $\left\{ a \in \mathbb{R} \mid \lim\limits_{n\to\infty} \left(\sqrt{n^2+n+1} - an\right) = \frac{1}{3} \right\}$ este

A $\{1\}$ **B** $\emptyset$ **C** $\{-1, 1\}$ **D** $\{2\}$ **E** $\left\{\frac{1}{2}\right\}$

9. $\lim\limits_{n\to\infty} n\left(3^{\frac{1}{n}} - 4^{\frac{1}{n+1}}\right)$ este:

A $\ln 12$ **B** $\ln\frac{1}{12}$ **C** 0 **D** $\ln\frac{3}{4}$ **E** $\ln\frac{4}{3}$

10. Şirul $(x_n)_{n\in\mathbb{N}}$ definit prin $x_{n+1} = \frac{x_n}{1+x_n}, \forall n \in \mathbb{N}^*$, $x_1 = 2$ are proprietatea că

A este nemonoton **B** este nemărginit **C** $x_{2021} = \frac{2}{4041}$ **D** limita lui este 1 **E** $x_n \in \left[\frac{1}{9}, 2\right], \forall n \geqslant 1$

11. Fie $A = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$. Atunci A^{2021} este:

A $\begin{pmatrix} 1 & 2020 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$ **B** $\begin{pmatrix} 1 & 2021 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$ **C** $\begin{pmatrix} 1 & 2022 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$ **D** $\begin{pmatrix} 1 & 2020 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}$ **E** $\begin{pmatrix} 1 & 2021 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}$

12. Numărul soluţiilor ecuaţiei $X^2 + X = \begin{pmatrix} 1 & 4 \\ 2 & 1 \end{pmatrix}$, $X \in M_2(\mathbb{R})$este:

A 4 **B** 2 **C** 1 **D** 0 **E** 3

13. Dacă $A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & m & n \\ -1 & m & 0 & 1 \\ 0 & 1 & m+1 & 0 \end{pmatrix}$, $m, n \in \mathbb{R}$, atunci:

A $\text{rang}A = 3$, pentru orice $m, n \in \mathbb{R}$ **B** Există $m \in \mathbb{R}$ astfel încât $\text{rang}A = 2$, oricare ar fi $n \in \mathbb{R}$
C Dacă $m = 0$ şi $n = 1$, $\text{rang}A = 1$ **D** $\text{rang}A \leqslant 2$, oricare ar fi $m, n \in \mathbb{R}$ **E** $\text{tr}AA^t \leq 8$

14. Fie $A \in M_3(\mathbb{R})$ astfel încât $\text{rang } A + \text{rang } A^* = 3$. Atunci:

A $\text{rang } A = 1$, $\text{rang } A^* = 2$ **B** $\text{rang } A = 0$, $\text{rang } A^* = 3$ **C** $\det A \neq 0$ **D** $\text{rang } A = 3$, $\text{rang } A^* = 0$ **E** $AA^* = O_3$

15. Fie $A=\begin{pmatrix}1 & 2\\ -1 & 4\end{pmatrix}$ şi $A^n=\begin{pmatrix}a_n & b_n\\ c_n & d_n\end{pmatrix}$, $n\in\mathbb{N}^*$. Atunci $\lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{b_n}{3^{n-1}}$ este:

A 0 **B** 6 **C** 5 **D** -1 **E** $+\infty$

16. Considerăm permutarea $\sigma=\begin{pmatrix}1 & 2 & 3 & 4\\ 2 & 3 & 4 & 1\end{pmatrix}$. Numărul soluţiilor ecuaţiei $x\sigma=\sigma x$ este:

A 0 **B** 1 **C** 2 **D** 3 **E** 4

17. Fie $f: M_3(\{-1,1\})\to\mathbb{Z}$, $f(A)=\det(A)$ Atunci:

A f este funcţie injectivă **B** $\mathrm{Im}f=\{-4,0,4\}$

C f este funcţie surjectivă **D** $\mathrm{Im}f\subset[0,\infty)$ **E** $\mathrm{Im}f=\{-6,-4,-2,0,2,4,6\}$

18. Soluţiile ecuaţiei $\begin{vmatrix}x & a & b\\ b & x & a\\ a & b & x\end{vmatrix}=0, a,b\in\mathbb{R}, b\neq a$ sunt:

A $\{-a,-b,a\}$ **B** $\{-a,-b,b\}$ **C** $\{-a,-b\}$ **D** $\{a,-b,a+b\}$ **E** $\{a,-b,-a-b\}$

19. Dacă $A^*=\begin{pmatrix}-1 & 2 & 1\\ 2 & 0 & 14\\ 1 & -1 & 2\end{pmatrix}$, atunci:

A $A=O_3$ **B** $\left|\mathrm{tr}A\right|=\dfrac{7}{2}$ **C** $A=\pm\dfrac{1}{2}\begin{pmatrix}14 & -3 & 28\\ 70 & -3 & 16\\ 3 & 1 & -4\end{pmatrix}$ **D** $\det A=3$ **E** $\det A=0$

20. Considerăm o matrice $A\in M_n(\mathbb{C})$, $n\geqslant 30$ care verifică condiţiile $A^{25}=I_n$, $A^{17}=I_n$ Atunci

A A este matrice singulară **B** $A=I_n$ **C** $\mathrm{tr}(A)=0$ **D** $\mathrm{tr}(A)=17$ **E** $\mathrm{tr}(A)=25$