

OLIMPIADA DE MATEMATICA CLASA a VIII-a

FAZA I februarie 2021

1.(7p) Fie $a, b, c \in (0, \infty)$ cu $a \cdot b \cdot c = 1$.

a) Verificați egalitatea: $\frac{1}{1+a^2c} + \frac{1}{1+b^2c} = 1$.

b) Demonstrați că $\frac{1}{1+a^2b} + \frac{1}{1+b^2c} + \frac{1}{1+c^2a} < 2$.

(Vasile Berghea, *Olimpiadele și concursurile de matematică V-VIII, 2014, Editura Bîrchi*)

2. (7p) Aflați toate numerele prime care sunt cu 4 mai mici decât un patrat perfect.

(Dana Radu, Eugen Radu)

3. (7p) În prisma triunghiulară regulată $ABCDEF$, $DA \perp (ABC)$, $DA = AB = 6\text{cm}$, G este centrul de greutate pentru triunghiul DEF , O este centrul feței $BCEF$, iar P mijlocul lui $[EF]$.

a) Arătați că $AF \parallel (DBP)$.

b) Determinați măs. $(\sphericalangle(OG, FC))$.

c) Determinați $dist(BC; (AFE))$

(Dorina Bocu, *Olimpiadele și concursurile de matematică V-VIII, 2014, Editura Bîrchi*)

NOTA: Toate subiectele sunt obligatorii. Se acorda 7 puncte fiecărui subiect corect rezolvat. Se acorda subpuncte conform baremului. Nu se acordă puncte din oficiu

S U C C E S !