

**CLASA A VI-a**

**Timp de lucru 120 minute. Fiecare problemă se punctează cu un punct.**

**Alegeți varianta corectă de răspuns. O singură variantă este corectă**

1) Calculând suma  $\frac{1}{20} + \frac{1}{30} + \frac{1}{42} + \frac{1}{56} + \dots + \frac{1}{9900}$  se obține un rezultat egal cu fracția ireductibilă  $\frac{a}{b}$ . Atunci  $a \cdot b$  este egal cu:

A) 2400      B) 150      C) 120      D) 110      E) alt răspuns

2) Dacă  $a, b, c$  sunt numere prime care verifică relația  $a + 6b + 12c = 116$ , atunci cea mai mare sumă  $a + b + c$  este:

A) 14      B) 18      C) 20      D) 22      E) alt răspuns

3) Fie semidreptele  $(OA_1; (OA_2; (OA_3; \dots; (OA_{10}$ , în această ordine, astfel încât unghiurile  $\widehat{A_1OA_2}; \widehat{A_2OA_3}; \dots; \widehat{A_9OA_{10}}$  sunt suplementare și au măsurile exprimate prin numere naturale consecutive. Atunci măsura unghiului  $\widehat{A_9OA_{10}}$  este:

A)  $18^\circ$       B)  $30^\circ$       C)  $24^\circ$       D)  $15^\circ$       E) alt răspuns

4) Dacă  $a, b$  și  $c$  sunt numere naturale nenule care îndeplinesc condiția  $\{2; a; b\} = \{7; a^2; c\}$ , atunci cea mai mică sumă a numerelor  $a + b + c$  este:

A) 12      B) 10      C) 58      D) 9      E) alt răspuns

5) Dacă  $\overline{abc} + \overline{bc} + c = 2^{\overline{xy}} + 57$ , atunci valoarea lui  $\overline{abc}$  este:

A) 989      B) 897      C) 987      D) 798      E) alt răspuns

6) Fie unghiurile adiacente suplementare  $\widehat{ABC}$  și  $\widehat{CBD}$  și bisectoarea  $(BM$  a unghiului  $\widehat{ABC}$ . Se știe că  $m(\widehat{CBD}) = \frac{1}{2}m(\widehat{ABM})$ . Măsura unghiului format de semidreapta opusă semidreptei  $(BC$  și bisectoarea unghiului  $\widehat{DBM}$  este egală cu:

A)  $160^\circ$       B)  $162^\circ$       C)  $108^\circ$       D)  $54^\circ$       E) alt răspuns

7) Fie mulțimea  $P = \{1, 2, 3, 4, \dots, 2021\}$  și  $a, b, c, x, y \in P$  astfel încât

$x = \frac{a}{a+b} + \frac{b}{b+c} + \frac{c}{c+a}$  și  $y = \frac{b}{a+b} + \frac{c}{b+c} + \frac{a}{c+a}$ . Atunci produsul  $x \cdot y$  este:

A) 0      B) 1      C) 3      D) 2      E) alt răspuns

8) Se consideră  $\triangle ABC$ , cu  $AB = AC$  și  $\hat{A} = 108^\circ$ . Fie  $(BD)$  bisectoarea unghiului  $\widehat{ABC}$ ,  $D \in (AC)$  și  $AM \perp BC$ ,  $M \in (BC)$ ,  $AM \cap BD = \{P\}$ . Atunci triunghiul  $ADP$  este:

A) echilateral B) dreptunghic C) oarecare D) isoscel, dar nu echilateral E) alt răspuns

9) Cardinalul mulțimii  $A = \{x \in \mathbb{N}^* | x \leq 2021, x \text{ se divide cu } 6 \text{ sau cu } 15\}$  este egal cu:

A) 470 B) 403 C) 402 D) 537 E) alt răspuns

10) Se consideră mulțimea  $A = \left\{ \frac{853}{2}, \frac{854}{3}, \frac{855}{4}, \frac{856}{5}, \dots \right\}$ . Câte numere naturale conține mulțimea  $A$ ?

A) 0 B) 1 C) 2 D) 3 E) alt răspuns

11) Se consideră  $I$  centrul cercului înscris în triunghiul  $ABC$  cu măsura unghiului  $\hat{A}$  de  $60^\circ$  și măsura unghiului  $\hat{B}$  de  $50^\circ$ . Paralela prin  $A$  la  $BI$  intersectează paralela prin  $B$  la  $CI$  în punctul  $M$  și paralela prin  $C$  la  $AI$  în punctul  $N$ , iar  $BM \cap CN = \{P\}$ . Atunci, măsura unghiului  $\widehat{MPN}$  este de:

A)  $65^\circ$  B)  $55^\circ$  C)  $70^\circ$  D)  $60^\circ$  E) alt răspuns

12) Se consideră cercurile  $C(O_1, a)$  și  $C(O_2, b)$  astfel încât  $O_1O_2 = c$ . Dacă  $\frac{a+1}{a-1} = \frac{b+2}{b-2} = \frac{c+3}{c-3}$ , atunci cercurile  $C(O_1, a)$  și  $C(O_2, b)$  sunt:

A) interioare B) exterioare C) secante D) tangente exterior E) alt răspuns.

13) Dacă  $a, b, c$  sunt cele mai mici numere naturale consecutive, două câte două prime între ele, cu suma divizibilă cu 5, atunci  $a \cdot b \cdot c$  este:

A) 4450 B) 990 C) 150 D) 30 E) alt răspuns

14) Fie numerele naturale  $a, b, c$  direct proporționale cu numerele 4, 6, 8 și numărul  $\frac{a+c}{n \cdot b}$  prim, cu  $n$  număr natural nenul. Numărul  $n$  este egal cu:

A) 3 B) 1 C) 2 D) 6 E) alt răspuns

*Problemele 15-16 se referă la următorul enunț:*

Se consideră mulțimile  $A = \{5k + 2 | k \in \mathbb{N}\}$  și  $B = \{1, 2, 3, \dots, 74, 75\}$ .

15) Numărul pătratelor perfecte din  $A \cup B$  este :

A) 8 B) 10 C) 9 D) 25 E) alt răspuns

16) Cardinalul mulțimii  $A \cap B$  este :

A) 10 B) 12 C) 20 D) 15 E) alt răspuns

**17)** Dacă  $A = \{3x + 2, 2x - 4, x + 7\}$  și  $B = \{x + 2, 2x + 1, 4x - 4\}$ , iar  $A = B$ , atunci  $x^3$  este egal cu:

A) 216      B) 196      C) 220      D) 512      E) alt răspuns

**18)** Fie numerele  $a = 36^{n+1} \cdot 25^n$  și  $b = 4^n \cdot 15^{2n+2}$  unde  $n \in \mathbb{N}$ . Atunci  $(a, b) + [a, b]$  este divizibil cu:

A) 1001      B) 101      C) 1010      D) 1100      E) alt răspuns

**19)** Numărul maxim de unghiuri care se pot forma în jurul unui punct, având măsurile numere pare consecutive este:

A) 14      B) 180      C) 15      D) 20      E) alt răspuns

**20)** Fie punctele  $A_1, A_2, A_3, \dots, A_{100}$  coliniare astfel încât simetricul lui  $A_2$  față de  $A_1$  este  $A_3$ , simetricul lui  $A_3$  față de  $A_2$  este  $A_4$ , ..., simetricul lui  $A_{99}$  față de  $A_{98}$  este  $A_{100}$ . Dacă  $A_1A_2 = 1 \text{ cm}$ , atunci  $A_{99}A_{100}$  este:

A)  $2^{100}$       B)  $2^{99}$       C)  $2^{98}$       D)  $2^{97}$       E) alt răspuns