ONGM - Etapa I - clasa a XII-a M1

* Required

1. Email address *

2. Numele şi prenumele (folosiţi diacritice) *

3. Scrieţi clasa şi litera (d. ex. XII A) *

4. Scrieţi numele şi prenumele profesorului îndrumător. *

5. Numărul de telefon *

Proba de evaluare

În cadrul acestei probe de evaluare veţi selecta răspunsul pe care îl consideraţi corect la fiecare problemă. Problemele au o singură variantă corectă de răspuns. Promovarea la etapa următoare este condiţionată de obţinerea unui punctaj de minim 75/100.

6. Untitled Question * 5 points

Se dă funcția $f:\mathbf{R}\to\mathbf{R}$, $f(x)=\begin{cases} x, & x\in(-\infty,0) \\ x^2, & x\in[0,2) \\ 2x, & x\in[2,+\infty) \end{cases}$.

Care din următoarele funcții F este o primitivă a lui f pe $\mathbf{R}$?

Mark only one oval.

$$F(x)=\begin{cases} 1, & x\in(-\infty,0) \\ 2x, & x\in[0,2) \\ 2, & x\in[2,+\infty) \end{cases}$$

Option 1

$$F(x)=\begin{cases} \frac{x^2}{2}+1, & x\in(-\infty,0) \\ \frac{x^3}{3}, & x\in[0,2) \\ x^2-\frac{4}{3}, & x\in[2,+\infty) \end{cases}$$

Option 2

$$F(x)=\begin{cases} 1, & x\in(-\infty,0) \\ 2x-2, & x\in[0,2) \\ 2, & x\in[2,+\infty) \end{cases}$$

Option 3

Nici una dintre funcțiile precedente nu este primitivă a lui f pe $\mathbf{R}$

Option 4

$$F(x)=\begin{cases} \frac{x^2}{2}+1, & x\in(-\infty,0) \\ \frac{x^3}{3}+1, & x\in[0,2) \\ x^2-\frac{1}{3}, & x\in[2,+\infty) \end{cases}$$

Option 5

7. *

5 points

Se dă funcția $f : [-1,1] \to \mathbf{R}$, $f(x) = \begin{cases} e^x, & x \in [-1,0) \\ x^2 + 2, & x \in [0,1] \end{cases}$.

Care din următoarele afirmații este adevărată ?

Mark only one oval.

$F(x) = \begin{cases} e^x, x \in [-1,0) \\ 2x, x \in [0,1] \end{cases}$

este primitivă a lui f

- Option 1

$F(x) = \begin{cases} e^{2x}, & x \in [-1,0) \\ 2x+1, & x \in [0,1] \end{cases}$

este primitivă a lui f

- Option 2

$F(x) = \begin{cases} e^x + 1, x \in [-1,0) \\ \dfrac{x^3}{3} + 2, x \in [0,1] \end{cases}$

este primitivă a lui f

- Option 3

$F(x) = \begin{cases} e^x, & x \in [-1,0) \\ \dfrac{x^3}{3} + 1, x \in [0,1] \end{cases}$

este primitivă a lui f

- Option 4

f nu are primitive pe $[-1,1]$

- Option 5

8. * 5 points

Fie $f:\mathbf{R}\to\mathbf{R}$, $f(x)=\begin{cases}2-e^{-x}, x<0\\ m, \quad x=0\\ 1-3\sin x, x>0\end{cases}$.

Să se determine $m\in\mathbf{R}$ pentru care funcţia f admite primitive şi apoi să se determine primitivele corespunzătoare.

Mark only one oval.

$m=2,\ F(x)=\begin{cases}2x+e^{-x}+2+C, x<0\\ 2x,\ x=0\\ x+3\cos x+C, x>0\end{cases}$

Option 1

$m=1,\ F(x)=\begin{cases}2x+e^{-x}+2+C, x\le 0\\ x+3\cos x+C, \quad x>0\end{cases}$

Option 2

$m=1,\ F(x)=\begin{cases}2x+e^{-x}+2+C, x<0\\ C,\ x=0\\ x+3\cos x+C, \quad x>0\end{cases}$

Option 3

$m=1,\ F(x)=\begin{cases}x, \quad x\le 0\\ x+3\cos x+C, x>0\end{cases}$

Option 4

$m=0,\ F(x)=\begin{cases}2x+e^{-x}+2+C, x\le 0\\ x+3\cos x+C, \quad x>0\end{cases}$

Option 5

9. * 5 points

Calculați integrala nedefinită

$\int \frac{x+1}{x}dx$ pentru orice $x \in (a,b)$, unde $0 \notin (a,b)$.

Mark only one oval.

$$1+\ln x+C$$

Option 1

$$x-\frac{1}{x^2}+C$$

Option 2

$$x+\frac{1}{x^2}+C$$

Option 3

$$x+\ln|x|+C$$

Option 4

$$\ln|x+1|+C$$

Option 5

10. Calculaţi integrala * 5 points

$$\int_1^2 \frac{dx}{\sqrt{x e^{\sqrt{x}}}}$$

Mark only one oval.

$$e^{-1} - e^{-\sqrt{2}}$$

Option 1

$$e^{-\sqrt{2}} - e^{-1}$$

Option 2

$$2\left(e^{-1} - e^{-\sqrt{2}}\right)$$

Option 3

$$2\left(e^{-\sqrt{2}} - e^{-1}\right)$$

Option 4

$$\frac{1}{2}\left(e^{-1} - e^{-\sqrt{2}}\right)$$

Option 5

11. * 5 points

Să se calculeze: $\int_1^2 f(x)dx$, unde

$f(x)=x^n \cdot \ln x, x>0$, n – număr natural $(n \geq 1)$.

Mark only one oval.

$$\frac{2^{n+1}}{n+1}\ln 2$$

Option 1

$$\frac{2^{n+1}}{n+1}\ln 2-\frac{2^{n+1}}{(n+1)^2}$$

Option 2

$$\frac{2^{n+1}}{n+1}\ln 2-\frac{2^{n+1}-1}{(n+1)^2}$$

Option 3

$$\frac{2^{n+1}}{(n+1)^2}\ln 2$$

Option 4

$$\frac{2^{n+1}}{(n+1)^2}(\ln 2-1)$$

Option 5

12. * 5 points

Să se stabilească o relație de recurență pentru integralele:

$$I_n,\ n \in \mathbf{N},\ n \geq 2,\ I_n = \int_0^{1/2} \frac{x^n}{\sqrt{1-x^2}}dx.$$

Mark only one oval.

$$I_n = -\frac{\sqrt{3}}{2^n} + (n-1)(I_{n-2} - I_n)$$

Option 1

$$I_n = -\frac{\sqrt{3}}{2^n} + (n-1)(I_n - I_{n-2})$$

Option 2

$$I_n = \frac{\sqrt{3}}{2^n} - (n+1)(I_n - I_{n-1})$$

Option 3

$$I_n = (n-1)I_{n-1} + I_{n-2}$$

Option 4

$$I_n = \frac{\sqrt{3}}{2^n} + n(I_{n-1} - I_{n-2})$$

Option 5

13. *

5 points

Să se stabilească o relație de recurență pentru integralele I_n , $n \in \mathbf{N}$,

$$I_n = \int_0^{\frac{\pi}{2}} (\sin x)^n \, dx$$

Mark only one oval.

$$I_n = \frac{n+1}{n} I_{n-2}, \quad n \geq 2$$

Option 1

$$I_n = \frac{n-1}{n} I_{n-1}, \quad n \geq 2$$

Option 2

$$I_n = \frac{n-1}{n} I_{n-2}, \quad n \geq 2$$

Option 3

$$I_n = \frac{n-1}{2} I_{n-2}, \quad n \geq 2$$

Option 4

$$I_n = \frac{n-1}{2} I_{n-1}, \quad n \geq 2$$

Option 5

14. Fie f: [0,1]→ℝ o funcţie continuă. Calculaţi limita şirului (In)n∈ℕ definit prin * 5 points

$$I_n = \int_0^1 x^n f(x)\,dx$$

Mark only one oval.

- 0
- 1
- ∞
- 1/2
- e

15. Fie f:ℝ→ℝ cu proprietatea ca δf(x)+βf(-x)=γ,(∀)x∈ℝ, unde δ, β,γ∈ℝ si δ+β≠0. Calculati * 5 points

$$I = \int_{-a}^{a} f(x)\,dx,\ a > 0$$

Mark only one oval.

- I=2aγ/(δ+β)
- I=aγ/(δ+β)
- I=1
- I=δβ/(δ+β)
- I=δβγ/(δ+β)

16. Să se determine toate valorile parametrului $a \in \mathbb{R}$ pentru care intervalul$(-1,\infty)$ este parte stabilă în raport cu legea de compoziţie $x*y = xy + x + y + a$ * 5 points

Mark only one oval.

- $a \in \emptyset$
- $a>0$
- $a \leq 0$
- $a \geq 0$
- $a=-1$

17. Calculaţi numărul elementelor * 5 points

$$x \in \mathbb{Z}_7 \text{ pentru care } x^7 = x.$$

Mark only one oval.

- 2
- 4
- 5
- 7
- 1

18. Determinaţi elementul neutru în raport cu legea de compoziţie * 5 points

$$x * y = xy + x + y, (\forall)x,\ y \in \mathbb{Z}_7$$

Mark only one oval.

$\hat{0}$

- Option 1

$\hat{1}$

- Option 2

$\hat{4}$

- Option 3

$\hat{6}$

- Option 4

$\hat{2}$

- Option 5

19. * 5 points

Pe $\mathbb{Z}_7$ definim legea de compozitie $x * y = xy + x + y, (\forall)x,\ y \in \mathbb{Z}_7$. Determinati $a \in \mathbb{Z}_7$ astfel incat$(\mathbb{Z}_7 \setminus \{a\}, *)$ este grup.

Mark only one oval.

$a = \hat{3}$

Option 1

$a = \hat{6}$

Option 2

$a = \hat{0}$

Option 3

$a = \hat{1}$

Option 4

$a = \hat{5}$

Option 5

20. * 5 points

Pe $\mathbb{Z}_7$ definim legea de compozitie $x * y = xy + x + y, (\forall) x,\ y \in \mathbb{Z}_7$. Pentru orice $x \in \mathbb{Z}_7$ si $n \in \mathbb{N}^*$, notam cu $x_n = \underbrace{x * x * \ldots * x}_{n \text{ ori}}$. Atunci:

Mark only one oval.

$$x_2 = x^2 + \hat{1}$$

Option 1

$$x_3 = (x + \hat{1})^3 + \hat{1}$$

Option 2

$$x_3 = (x + \hat{1})^3 - \hat{1}$$

Option 3

$$x_2 = x^2 - \hat{1}$$

Option 4

$$x_2 = x^2$$

Option 5

21. * 5 points

Pe $\mathbb{Z}_7$ definim legea de compozitie $x * y = xy + x + y, (\forall)x,\ y \in \mathbb{Z}_7$. Pentru orice $x \in \mathbb{Z}_7$ si $n \in \mathbb{N}^*$ notam cu $\underbrace{x_n = x * x * \ldots * x}_{n \text{ ori}}$.

Numarul natural $k \geq 2$, minim pentru care $x_k = x, (\forall)x \in \mathbb{Z}_7$ este:

Mark only one oval.

- 5
- 6
- 7
- 11
- 14

22. * 5 points

Fie $M = \{X | X \in \mathcal{M}_2(\mathbb{R}),\ AX = XA\}$, unde $A = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ -1 & 2 \end{pmatrix}$

Grupul $(M, +)$ este izomorf cu:

Mark only one oval.

$(\mathcal{M}_2(\mathbb{R}), +)$

Option 1

$(\mathbb{C}, +)$

Option 2

$(\mathbb{R}, +)$

Option 3

$(\mathbb{R}^*, \cdot)$

Option 4

$(\mathbb{Z}_4, +)$

Option 5

23. * 5 points

Fie $A_x = \begin{pmatrix} 1-x & x \\ x & 1-x \end{pmatrix}$ si $G = \{A_x | x \in \mathbb{R}\}$, inzestrata cu inmultirea matricelor. Atunci:

Mark only only one oval.

- (G,•) este grup necomutativ
- G nu este parte stabilă pentru înmulţirea matricelor
- (G,•) este monoid, dar nu este grup
- (G,•) nu are element neutru
- (G,•) nu are elemente simetrizabile

24. Pe mulţimea ℚ se definesc legile de compoziţie x∘y=¼xy-2x-2y+24 şi x*y=x+y+2, (∀)x,y∈ℚ. * 5 points

Daca e_1 si e_2 sunt elementele neutre in raport cu cele doua legi, calculati $e_1 * e_2$.

Mark only one oval.

- 4
- -6
- 16
- 12
- 10

25. Determinaţi elementul simetric al unui element x relativ la legea * 5 points

$$x * y = \sqrt[n]{y^{\log_n x}}, (\forall)x,\ y \in (0,+\infty) \setminus \{1\},\ \text{pentru } n \in \mathbb{N}^* \setminus \{1\} \text{ fixat.}$$

Mark only one oval.

$n^{n \log_x n}$

Option 1

$n^{n^2 \log_x n}$

Option 2

$n^{2 \log_x n}$

Option 3

$n^2 \log_x n$

Option 4

$n^{\log_x n}$

Option 5