

Olimpiada națională „Gazeta Matematică”
Clasa a VIII-a
Școala generală „Vasile Alecsandri”

1. Reuniunea mulțimilor $A = \{x \in \mathbb{R} | x \geq 2\sqrt{3}\}$ și $B = \{x \in \mathbb{R} | -3 \cdot x + 2 < -10\}$ este egală cu:
A. $[2\sqrt{3}; +\infty)$
B. \mathbb{R}
C. $(4; +\infty)$
D. $(-\infty; 2\sqrt{3}]$
2. Media aritmetică a numerelor reale $a = \sqrt{4 + 2\sqrt{3}}$ și $b = \sqrt{(1 - \sqrt{3})^2}$ este:
A. 1
B. $\sqrt{3}$
C. $\sqrt{2}$
D. 0
3. Dacă $x^2 + \frac{1}{x^2} = 2$, $x \in \mathbb{R}$, atunci $x + \frac{1}{x}$ aparține mulțimii:
A. $\{-1; 1\}$
B. $\{-2; 2\}$
C. $\{-\sqrt{2}; \sqrt{2}\}$
D. $\{-2; -1; 1; 2\}$
4. Dacă numerele reale a și b verifică relațiile $a - b = 2 - \sqrt{5}$, $a^2 + b^2 = 9$ și $b^4 = a^4 + 9$, atunci:
A. $a + b^2 = 7$
B. $a + b^2 = 4 + \sqrt{5}$
C. $a + b^2 = 0$
D. $a + b^2 = 1$
5. Dacă $x, y \in \mathbb{R}$ și $\sqrt{4x^2 - 12x + 13} + \sqrt{9y^2 - 12y + 5} \leq 3$, atunci media geometrică a numerelor x și y este:

A. 1

B. $\frac{1}{2}$

C. $\frac{1}{3}$

D. 0

6. Dacă 8 puncte coplanare determină 26 de drepte distincte, stabiliți care dintre următoarele afirmații este adevărată:

- (a) Oricare trei puncte sunt necoliniare.
- (b) Există un singur triplet de puncte coliniare.
- (c) Există două triplete de puncte coliniare.
- (d) Exact patru puncte sunt coliniare.

A. (a)

B. (b)

C. (c)

D. (d)

7. Într-un plan α se consideră punctele fixe A și B, iar $M \in \alpha$ un punct astfel încât $m(\angle AMB) = 90^\circ$. Dacă P este un punct care nu aparține planului α și $PA = PB = PM = AB = \sqrt{108}$, atunci distanța de la P la planul α este egală cu:

A. 10

B. $4\sqrt{5}$

C. $4\sqrt{3}$

D. 9

8. Fie ABC un triunghi dreptunghic $m(\angle A) = 90^\circ$. Pe latura [AB] se construiește dreptunghiul ABMN ($MN \not\subset (ABC)$). Stabiliți poziția dreptei AB față de planul (ACN):

A. $BA \cap (ACN) = \{N\}$

B. $BA \cap (ACN) = \{B\}$

C. $BA \parallel (ACN)$

D. $BA \perp (ACN)$

9. Un paralelipiped dreptunghic are suma tuturor muchiilor 100 cm și diagonala $10\sqrt{2}$ cm. Aria totală a paralelipipedului este:

- A. 300 cm^2
- B. 625 cm^2
- C. 425 cm^2
- D. 200 cm^2

10. Numărul $2\sqrt{7} + \sqrt{13}$ se poate scrie ca sumă de doi radicali simpli astfel:

- A. $\sqrt{2} + \sqrt{13}$
- B. $\sqrt{6} + \sqrt{7}$
- C. $\sqrt{7} + \sqrt{13}$
- D. $\sqrt{26} + \sqrt{2}$

11. Fie VABCD piramidă patrulateră regulată și triunghiul VAC echilateral de latura 8 cm. Dacă $M \in VC$ astfel încât aria $\triangle BMD$ este minimă atunci lungimea [MC] este:

- A. $2\sqrt{3}$
- B. 6
- C. $3\sqrt{2}$
- D. 2

12. Dacă m și n sunt numere raționale, $(3m + n) \cdot \sqrt{2} + 2m - n = 4\sqrt{2} + 1$ atunci numărul $m + n$ este egal cu:

- A. 0
- B. 1
- C. 2
- D. 3

13. Într-un plan α se consideră punctele A, B și C astfel încât $AB = BC = 3$, $CA = 4$. De aceeași parte a planului α se consideră punctele M, N, P astfel încât $MA \perp \alpha$, $NB \perp \alpha$, $PC \perp \alpha$ și $MA = PC = 13$, $NB = 17$. Perimetrul triunghiului MNP este egal cu:

- A. 14
- B. 15
- C. 10
- D. $10 + 3\sqrt{2}$

14. Dacă x și y sunt numere întregi astfel încât numerele $\frac{2 \cdot x + 1}{y^2 + 2}$ și $\frac{2 \cdot y + 1}{x^2 + 2}$ sunt naturale, atunci numărul $A = 2 \cdot x + 3 \cdot y$ este egal cu:

- A. 0
- B. 1
- C. 5
- D. 3

15. Se consideră cubul ABCDA'B'C'D' de latură AB = 6cm. Dacă M este mijlocul laturii BB', atunci aria proiecției triunghiului AD'M pe planul (ADD') este egală cu:

- A. 16 cm^2
- B. 8 cm^2
- C. $8\sqrt{3} \text{ cm}^2$
- D. $4\sqrt{3} \text{ cm}^2$

16. Dacă $a_n = \frac{\sqrt{2}-\sqrt{1}}{\sqrt{2}} + \frac{\sqrt{3}-\sqrt{2}}{\sqrt{6}} + \frac{\sqrt{4}-\sqrt{3}}{\sqrt{12}} + \dots + \frac{\sqrt{n+1}-\sqrt{n}}{\sqrt{n(n+1)}}$, $n \in \mathbb{N}^*$, cu $n \leq 115$, atunci numărul numerelor raționale de forma a_n este:

- A. 9
- B. 10
- C. 11
- D. 12

17. În cubul ABCDEFGH cu muchia AB = a cm, se consideră punctul M mijlocul muchiei GC și $BM \cap CF = \{Q\}$. Dacă O este un punct egal depărtat de vârfurile cubului, atunci lungimea segmentului AO este egală cu:

- A. $a\sqrt{3} \text{ cm}$
- B. $a\sqrt{2} \text{ cm}$
- C. $\frac{a\sqrt{3}}{2} \text{ cm}$
- D. $\frac{a}{2} \text{ cm}$

18. Dacă $a = 3 - 2 \cdot b$, atunci $a^2 - 3 \cdot a + 4 \cdot b^2 - 6 \cdot b + 4 \cdot a \cdot b$ este egal cu:

- A. 0
- B. 3
- C. -3
- D. 9

19. Fie paralelipipedul dreptunghic ALGORITM cu dimensiunile AL = a, LG = b, TG = c și $AG \cap OL = \{E\}$. Care din următoarele afirmații nu este adevărată?

- A. Pătratul lungimii diagonalei paralelipipedului este egal cu $a^2 + b^2 + c^2$;
- B. Dacă $a^2 + b^2 + c^2 = ab + ac + bc$, atunci paralelipipedul este cub;

- C. Dacă $a = b = c$, atunci piramida $ROLA$ este piramidă triunghiulară regulată;
D. Dreptele ME și AG sunt perpendiculare, pentru orice a, b, c numere reale pozitive.

20. Se consideră 10 drepte în spațiu, oricare trei necoplanare și oricare două concurente. Numărul planelor determinate de cele 10 drepte este egal cu:

- A. 120
B. 110
C. 45
D. 60

Profesor: Szmecanica Eduard-Gabriel

RĂSPUNSURI

1. A
2. B
3. B
4. A
5. A
6. B
7. D
8. D
9. C
10. D
11. D
12. C
13. A
14. C
15. A
16. A
17. C
18. A
19. D
20. C