ONGM - Etapa I - clasa a XII-a

* Required

1. Email address *

2. Numele și prenumele (folosiți diacritice) *

3. Scrieți clasa și litera (de exemplu XII A) *

4. Scrieți numele și prenumele profesorului îndrumător. *

5. Numărul de telefon *

Proba de evaluare

În cadrul acestei probe de evaluare veţi selecta răspunsul pe care îl consideraţi corect la fiecare problemă. Problemele au o singură variantă corectă de răspuns. Promovarea la etapa următoare este condiţionată de obţinerea unui punctaj de minim 75/100.

6. Untitled Question

5 points

Se dă funcția $f : \mathbf{R} \to \mathbf{R}$, $f(x) = \begin{cases} x, & x \in (-\infty, 0) \\ x^2, & x \in [0,2) \\ 2x, & x \in [2, +\infty) \end{cases}$.

Care din următoarele funcții F este o primitivă a lui f pe $\mathbf{R}$?

Mark only one oval.

$$F(x) = \begin{cases} 1, & x \in (-\infty, 0) \\ 2x, & x \in [0,2) \\ 2, & x \in [2, +\infty) \end{cases}$$

Option 1

$$F(x) = \begin{cases} \frac{x^2}{2} + 1, & x \in (-\infty, 0) \\ \frac{x^3}{3}, & x \in [0,2) \\ x^2 - \frac{4}{3}, & x \in [2, +\infty) \end{cases}$$

Option 2

$$F(x) = \begin{cases} 1, & x \in (-\infty, 0) \\ 2x - 2, & x \in [0,2) \\ 2, & x \in [2, +\infty) \end{cases}$$

Option 3

Nici una dintre funcțiile precedente nu este primitivă a lui f pe $\mathbf{R}$

Option 4

$$F(x) = \begin{cases} \frac{x^2}{2} + 1, & x \in (-\infty, 0) \\ \frac{x^3}{3} + 1, & x \in [0,2) \end{cases}$$

$$x^2 - \frac{1}{3}, \quad x \in [2, +\infty)$$

Option 5

7. 5 points

Să se calculeze: $\int_1^2 f(x)dx$, unde

$f(x)=x^n \cdot \ln x, x>0$, n – număr natural $(n \geq 1)$.

Mark only only one oval.

$$\frac{2^{n+1}}{n+1}\ln 2$$

Option 1

$$\frac{2^{n+1}}{n+1}\ln 2-\frac{2^{n+1}}{(n+1)^2}$$

Option 2

$$\frac{2^{n+1}}{n+1}\ln 2-\frac{2^{n+1}-1}{(n+1)^2}$$

Option 3

$$\frac{2^{n+1}}{(n+1)^2}\ln 2$$

Option 4

$$\frac{2^{n+1}}{(n+1)^2}(\ln 2-1)$$

Option 5

8. 5 points

Pe mulţimea $\mathbb{Q}$ se definesc legile de compoziţie $x \circ y = \frac{1}{4}xy - 2x - 2y + 24$ şi $x * y = x + y + 2, \forall x, y \in \mathbb{Q}$. Dacă e_1 și e_2 sunt elementele neutre în raport cu cele două legi, atunci $e_1 * e_2$ este egal cu:

Mark only one oval.

- 4
- -6
- 16
- 12
- 10

9. 5 points

Pe multimea $\mathbb{R}$se defineste legea de compozitie

$x * y = xy - 2020x - 2020y + 2020 \cdot 2021, \ \forall x, y \in \mathbb{R}.$

Fie numărul real c = $(-2021) * (-2020) * \ldots * (-1) * 0 * 1 * \ldots * 2020 * 2021.$

Atunci c este :

Mark only one oval.

- negativ
- impar
- 2020
- 0
- 2021

10. 5 points

Pe multimea $\mathbb{R}$se defineste legea de compozitie

$x * y = ax + y + 1$, unde $a \in \mathbb{R}$. Dacă $A = \{a \in \mathbb{R} \mid$ operatia $*$ admite element neutru $\}$

Atunci :

Mark only one oval.

$A = \{-1\}$

Opțiunea 1

$A = \{1\}$

Opțiunea 2

$A = \{0\}$

Opțiunea 3

$A = \emptyset$

Opțiunea 4

$A = \{2\}$

Opțiunea 5

11. 5 points

Se consideră matricea $A = \begin{pmatrix} \hat{1} & \hat{0} \\ \hat{3} & \hat{2} \end{pmatrix} \in M_2(\mathbb{Z}_4)$. Atunci:

Mark only one oval.

A nu este inversabilă

Opțiunea 1

A este inversabilă

Opțiunea 2

$A^2 = O_2$

Opțiunea 3

$A^2 = I_2$

Opțiunea 4

A este singulară

Opțiunea 5

12. 5 points

Pe $\mathbb{R}\setminus\{1\}$ se definește legea de compoziție $x*y=x+y-xy$. Fie x' simetricul lui x în $\mathbb{R}\setminus\{1\}$, în raport cu legea de compoziție dată și $A=\{0,2,3\}$ iar $S=\sum_{x\in A} x'$. Atunci S este:

Mark only one oval.

- S=2
- S=5/3
- S=9/2
- S=7/2
- S=5

13. 5 points

Pe mulțimea $M = (1, +\infty)$ se definește legea de compoziție $x * y = \sqrt{x^2 y^2 - x^2 - y^2 + 2}$.

Dacă $B = \{x \in M \mid x * x * x = 3\}$ și $S = \sum_{x \in B} x^4$, atunci:

Mark only one oval.

$S = 16$

Opțiunea 1

$S = 3$

Opțiunea 2

$S = \sqrt{3}$

Opțiunea 3

$S = 9$

Opțiunea 4

$S = 4$

Opțiunea 5

14. 5 points

Se consideră inelul $(\mathbb{Z}, \circ, *)$, unde $x \circ y = x + y + 2$, $x * y = xy + 2x + 2y + 2$, $\forall\, x, y \in \mathbb{Z}$.
Fie A suma elementelor inversabile ale inelului. Atunci:

Mark only one oval.

- A=4
- A= - 9
- A= - 4
- A= 9
- A=0

15.

5 points

Pe mulțimea $\mathbb{C}$ a numerelor complexe se definește legea de compoziție "$*$" astfel: $z_1 * z_2 = z_1 z_2 + i(z_1 + z_2) - 1 - i$, $\forall z_1, z_2 \in \mathbb{C}$. Dacă r este modulul elementului neutru al legii de compoziție "$*$", atunci:

Mark only one oval.

$r = 1$

Opțiunea 1

$r = \sqrt{5}$

Opțiunea 2

$r = \sqrt{3}$

Opțiunea 3

$r = \sqrt{2}$

Opțiunea 4

$r = 0$

Opțiunea 5

16. 5 points

Matricele $A=\begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix}$ și $B=\begin{pmatrix} 1 & -1 \\ 1 & -1 \end{pmatrix}$ sunt divizori ai lui zero în $M_2(\mathbb{R})$ dacă și numai dacă:

Mark only one oval.

$a = b = c = d \in \mathbb{R}$

Opțiunea 1

$a = c,\ b = d\ \ sau\ a = -b,\ c = -d$

Opțiunea 2

$a = \ b = c = d \ \ = 1$

Opțiunea 3

$a = -c,\ b = -d\ \ sau\ a = b,\ c = d$

Opțiunea 4

$a = c,\ b = -d\ \ sau\ a = -b,\ c = d$

Opțiunea 5

17. 5 points

Dacă a reprezintă numărul de soluții în corpul $\mathbb{Z}_7$, al ecuației $\hat{3}x^2+\hat{4}=\hat{0}$, atunci acesta este:

Mark only one oval.

- a=1
- a=3
- a=2
- a=0
- a=4

18. 5 points

Valoarea integralei definite $I = \int_{1}^{2} (\log_2 x) dx$ este:

Mark only one oval.

$$I = 2$$

Opțiunea 1

$$I = \frac{\ln 4 + 1}{2}$$

Opțiunea 2

$$I = \ln 4$$

Opțiunea 3

$$I = 2 - \frac{1}{\ln 2}$$

Opțiunea 4

$$I = 2 + \frac{1}{\ln 2}$$

Opțiunea 5

19. 5 points

Fie $I = \int_{-1}^{1} \{x\} dx$. Atunci I este egal cu:

Mark only only one oval.

$I = 2$

Opțiunea 1

$I = 1$

Opțiunea 2

$I = \frac{3}{2}$

Opțiunea 3

$I = \frac{1}{2}$

Opțiunea 4

$I = -1$

Opțiunea 5

20. 5 points

Fie $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$, care satisface relația: $2f(x)-f(-x)=x+1$, $\forall x\in\mathbb{R}$. Dacă $I=\int_{-1}^{1} f(x)\,dx$, atunci:

Mark only one oval.

- I=0
- I=1
- I=2
- I=3
- I=1/6

21. 5 points

Fie $f:(-1,\infty)\to\mathbb{R}$, $f(x)=\dfrac{x^5}{\sqrt{1+x^3}}$ și $F:(-1,\infty)\to\mathbb{R}$ o primitivă a funcției f astfel încât $F(0)=0$. Dacă $a=F(2)$, atunci:

Mark only one oval.

$$a=\frac{40}{9}$$

Opțiunea 1

$$a=\frac{20}{9}$$

Opțiunea 2

$$a=\frac{11}{9}$$

Opțiunea 3

$$a=\frac{32}{3}$$

Opțiunea 4

$$a=\frac{23}{3}$$

Opțiunea 5

22. 5 points

Se consideră funcția $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$, $f(x)=e^x\left(x^2+x+a\right)$, $a\in\mathbb{R}$ și $F:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$ o primitivă a sa. Dacă $\lim\limits_{x\to 1}\frac{F(x)-F(1)}{x^2-1}=\frac{1}{4}$, atunci valoarea lui a este:

Mark only one oval.

$$a=\frac{1}{2e}-4$$

Opțiunea 1

$$a=-\frac{3}{2}$$

Opțiunea 2

$$a=\frac{1-4e}{2e}$$

Opțiunea 3

$$a=\frac{1}{4e}-2$$

Opțiunea 4

$$a=\frac{1}{4e}+2$$

Opțiunea 5

23.

5 points

Dacă $L = \lim_{t \to \infty} \int_1^t (x-1) e^{-x} dx$ atunci:

Mark only one oval.

$L = 0$

Opțiunea 1

$L = e$

Opțiunea 2

$L = +\infty$

Opțiunea 3

$L = -\infty$

Opțiunea 4

$L = \frac{1}{e}$

Opțiunea 5

24.

5 points

Se consideră funcția $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}, f(x)=\int_0^x e^{t^2}\left(t^3-3t+2\right)dt$. Dacă

$A=\left\{x\in\mathbb{R}\middle| x \text{ este punct de extrem al lui } f\right\}$, atunci:

Mark only one oval.

$A=\{-2\}$

Opțiunea 1

$A=\{-2,\ 1\}$

Opțiunea 2

$A=\{\ 1\}$

Opțiunea 3

$A=\emptyset$

Opțiunea 4

$A=\{-2,0,1\}$

Opțiunea 5

25.

5 points

Fie $I = \int_{-1}^{1} \frac{x^3}{e^{x^2}+1} dx$. Atunci I este egal cu:

Mark only only one oval.

$I = 2$

Opțiunea 1

$I = \frac{\pi}{4}$

Opțiunea 2

$I = 1$

Opțiunea 3

$I = 0$

Opțiunea 4

$I = 1 + \ln 2$

Opțiunea 5