Liceul Pedagogic “Anastasia Popescu”

Olimpiada Națională

GAZETA MATEMATICĂ

Clasa a VII-a

Etapa I

Timp de lucru: 120 de minute

Fiecare problemă se punctează cu 1 punct

Alegeți varianta corectă de răspuns. O singură variantă este corectă.

1. Numărul soluțiilor reale ale ecuației $||2x + 4|-2| = \sqrt{5}$ este:

   a) 4 b) 2 c) 3 d) 0

2. Valoarea lui $x = \sqrt{3 \cdot 0,(3)} + \sqrt{30 \cdot 0,0(3)} + \sqrt{300 \cdot 0,00(3)} + \sqrt{3000 \cdot 0,000(3)}$ este:

   a) 8 b) 4 c) $\frac{1}{3}$ d) $\frac{4}{3}$

3. Rezultatul calculului: $(-\frac{1}{\sqrt{2}})^{-1} \cdot (\sqrt{2})^{2} \cdot (-\frac{1}{\sqrt{2}})^{-3} \cdot (\sqrt{2})^{4} \cdot \ldots \cdot (-\frac{1}{\sqrt{2}})^{-35}$ este:

   a) -2^{315} b) 2^{315} c) $\sqrt{2^{620}}$ d) -2^{305}

4. Fie $a = \sqrt{1521} + \sqrt{(4\sqrt{3} - 5\sqrt{2})^2} - \sqrt{50} - |7 - 4\sqrt{3}|$. Numărul a aparține mulțimii:

   a) $\mathbb{N}$ b) $\mathbb{Z} \setminus \mathbb{N}$ c) $\mathbb{Q} \setminus \mathbb{Z}$ d) $\mathbb{R} \setminus \mathbb{Q}$

5. Dacă a și b sunt numere raționale astfel încât: $(1 - \sqrt{2})a + 2b = \sqrt{18} - 5$ atunci a – b este egal cu:

   a) 1 b) 0 c) -2 d) 2

6. Dacă $\sqrt{x} \cdot 3^{2021} = (3^{2021} - 1) : (1 + \frac{1}{3} + \frac{1}{3^2} + \cdots + \frac{1}{3^{2020}})$ atunci x este egal cu:

   a) 9 b) $\frac{1}{9}$ c) $\frac{4}{9}$ d) $\frac{16}{9}$

7. Pentru câte numere naturale nenule n, numărul $\sqrt{7 + 1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot \ldots \cdot n}$ este natural?

   a) 2 b) 1 c) 3 d) o infinitate

8. Fie numerele a = 12n + 7, b = 15n + 9, c = 27n + 16, n$\in \mathbb{N}$ si x = $\sqrt{[a; c] + [b; c]}$. Atunci x este egal cu:

   a) a b) b c) a · b d) c

9. Fie mulțimea A = {1, 2, 3, ..., 2020}. Extragem un grup de două numere din A. Probabilitatea ca produsul numerelor extrase să fie egal cu 2020 este:

   a) $\frac{1}{673 \cdot 505}$ b) $\frac{1}{674 \cdot 500}$ c) $\frac{1}{675 \cdot 500}$ d) $\frac{1}{673 \cdot 550}$

10. Suma numerelor $\overline{ab}$ astfel incat $\sqrt{\overline{ab} + 2} = a + b$ este:

    a) 80 b) 90 c) 85 d) 70

11. Un trapez isoscel ortodiagonal are lungimile bazelor egale cu 12 cm și 20 cm. Aria trapezului este egală cu:

    a) 144 cm^2 b) 256 cm^2 c) 400 cm^2 d) 240 cm^2

12. Se considera pătratul ABCD cu latura de 12 cm. Punctul O este intersecția diagonalelor, punctul M este mijlocul laturii CD, iar punctul N este intersecția dreptelor BD și AM. Aria patrulaterului CONM este:

    a) 20 cm^2 b) 24 cm^2 c) 36 cm^2 d) 40 cm^2

13. Se consideră rombul ABCD cu AC > BD si pătratul ABEF, astfel încât vârful D să fie în interiorul pătratului. Măsura unghiului ACE este:

    a) 60° b) 40° c) 45° d) 50°

14. Într-un trapez, laturile neparalelele sunt congruente cu baza mică. Dacă unul dintre unghiurile trapezului are măsura de 120° și distanța dintre mijloacele diagonalelor este de 12 cm, atunci perimetrul trapezului este egal cu:

    a) 72 cm b) 120 cm c) 150 cm d) 132 cm

15. În dreptunghiul ABCD, M aparține laturii BC. Dacă $DB \cap AM = \{ E \}$ și $AF \perp BD$, $F \in BD$ și $\frac{A_{AEF}}{A_{ABCD}} = \frac{1}{24}$, atunci raportul $\frac{EF}{BD}$ este egal cu:

a) $\frac{1}{6}$ b) $\frac{1}{9}$ c) $\frac{1}{8}$ d) $\frac{1}{12}$

16. Un triunghi ABC are AB = 10 cm, m(∢B) = 60° și m(∢C) = 30°. Se consideră T mijlocul segmentului BC, G centrul de greutate al triunghiului ABC și M un punct pe înălțimea AD, $D \in BC$ astfel încât $GM \parallel BC$ și MT = 4 cm. Atunci perimetrul triunghiului GMT este:

a) $\frac{20}{3}$ cm b) $\frac{32}{3}$ cm c) $\frac{28}{3}$ cm d) 12 cm

17. În triunghiul isoscel ABC, AB = AC, M este mijlocul laturii AB. Paralela prin M la înălțimea AD a triunghiului ABC, $D \in BC$, intersectează AC în E astfel încât triunghiul AME echilateral. Atunci:

a) $A_{ABC} = 2 \cdot A_{AEMD}$ b) $A_{ABC} = A_{AEMD}$ c) $A_{ABC} = 3 \cdot A_{AEMD}$ d) $A_{ABC} = \frac{1}{2} \cdot A_{AEMD}$

18. Pe diagonala AC a pătratului ABCD se ia un punct E astfel încât $\frac{EA}{EC} = \frac{1}{2}$. Știind că lungimea segmentului AE = $\frac{10\sqrt{2}}{3}$ cm, să se arate că aria triunghiului ABE este egală cu:

a) $\frac{50\sqrt{2}}{3}\ \mathrm{cm}^2$ b) $\frac{50}{3}\ \mathrm{cm}^2$ c) $\frac{25}{3}\ \mathrm{cm}^2$ d) $\frac{50\sqrt{3}}{3}\ \mathrm{cm}^2$

19. În rombul ABCD, BD = 12 cm, AC = 16 cm. Distanța de la D la AB este egală cu:

a) 10 cm b) 9,6 cm c) 10,6 cm d) 12 cm

20. Se consideră paralelogramul ABCD cu perimetrul de 180 cm și $\frac{AD}{AB} = \frac{5}{4}$. Dacă E este piciorul perpendicularei din D pe AB și $\frac{AE}{EB} = \frac{5}{3}$, atunci aria paralelogramului ABCD este egală cu:

a) $1000\sqrt{3}\ \mathrm{cm}^2$ b) $1200\ \mathrm{cm}^2$ c) $1000\ \mathrm{cm}^2$ d) $1000\sqrt{2}\mathrm{cm}^2$