

**Olimpiada Naţională GAZETA MATEMATICĂ**  
**Etapa I**  
**Judeţul Braşov, 20 februarie 2021**

**Clasa a VIII-a**

**Timp de lucru: 120 de minute**

**Fiecare problemă se punctează cu 1 punct.**

**Alegeţi varianta corectă de răspuns. O singură variantă este corectă.**

1. Mulţimea  $A = \left\{ x \in \mathbb{R} \mid \left| \frac{3x-2}{4} \right| < 1 \right\}$  este egală cu:  
A.  $(-4, 4)$       B.  $(-2, 6)$       C.  $\{0, 1\}$       D.  $\left(-\frac{2}{3}, 2\right)$       E. alt răspuns
2. Numărul real  $\sqrt{21-12\sqrt{3}} - \sqrt{21+12\sqrt{3}}$  este egal cu:  
A. 0      B.  $-4\sqrt{3}$       C.  $-2\sqrt{3}$       D. -6      E. alt răspuns
3. Dacă  $a \in (-\infty, 0)$  şi  $a^2 + \frac{1}{a^2} = 23$ , atunci expresia  $a + \frac{1}{a}$  este egală cu:  
A. -5      B.  $\sqrt{23}$       C.  $-\sqrt{23}$       D. 5      E. alt răspuns
4. Valoarea minimă a expresiei  $x^2 + x + 1$ , pentru  $x \in \mathbb{R}$ , este egală cu:  
A.  $\frac{1}{2}$       B.  $\frac{1}{4}$       C.  $\frac{3}{4}$       D. 1      E. alt răspuns
5. Dacă  $\frac{1}{\sqrt{2}+1} + \frac{1}{\sqrt{3}+\sqrt{2}} + \frac{1}{\sqrt{4}+\sqrt{3}} + \dots + \frac{1}{\sqrt{n}+\sqrt{n-1}} = 40$ , atunci numărul natural nenul  $n$  este egal cu:  
A. 1681      B. 40      C. 41      D. 1680      E. alt răspuns
6. Dacă lungimile  $a, b, c$  ale laturilor unui triunghi  $ABC$  verifică inegalitatea  $a^2 + b^2 + c^2 \leq ab + bc + ca$ , atunci triunghiul  $ABC$  este:  
A. dreptunghic      B. echilateral      C. oarecare      D. obtuzunghic      E. alt răspuns
7. Considerăm expresia  $E(x) = \sqrt{1-6x+9x^2} - \sqrt{4x^2-4x+1}$ , unde  $x \in \mathbb{R}$ . Atunci valoarea numerică  $E(2021)$  este egală cu:  
A. 2020      B. -2020      C. 2021      D. -2021      E. alt răspuns

8. Dacă numerele reale  $a, b, c$  verifică relația  $\left|3a - \frac{1}{4}\right| + (b+6)^2 + \sqrt{c+3} = 0$ , atunci produsul  $abc$  este egal cu:  
 A. 0      B.  $\frac{9}{2}$       C.  $\frac{-18}{12}$       D.  $\frac{3}{2}$       E. alt răspuns
9. Dacă  $a, b, x, y$  sunt numere reale astfel încât  

$$\sqrt{x^2 + y^2 - 2ax - 2y + a^2 + 5} + \sqrt{x^2 + y^2 - 4x - 2by + b^2 + 5} = 3,$$
 atunci suma numerelor  $a$  și  $b$  este:  
 A. 3      B. 0      C. 2      D. 1      E. alt răspuns
10. Pentru câte numere naturale  $n$  numărul  $\sqrt{n} + \sqrt{n+2021}$  este rațional?  
 A. 2021      B. 1      C. 2      D. 2022      E. alt răspuns
11. Numărul perechilor de numere întregi  $(a, b)$  pentru care  $a^4 + 4b^4$  este număr prim este egal cu:  
 A. 1      B. 2      C. 4      D. 6      E. alt răspuns

Problemele 12-20 se referă la următorul enunț:

În pătratul  $ABCD$  cu latura  $AB = 2$  cm, se notează cu  $M$  mijlocul laturii  $CD$  și cu  $N$  mijlocul laturii  $DA$ . Pe planul pătratului, de aceeași parte a sa, se ridică perpendicularele  $AA', BB', CC'$ , de lungimi  $AA' = BB' = CC' = 2$  cm.

12. Care dintre următoarele afirmații este adevărată?  
 A.  $A'C' \subset (B'MN)$     B.  $A'C' \cap (B'MN) \neq \emptyset$     C.  $A'C' \parallel (B'MN)$   
 D.  $A'C' \perp (B'MN)$     E. alt răspuns
13. Măsura unghiului dintre dreptele  $AB'$  și  $BC'$  este egală cu:  
 A.  $90^\circ$       B.  $60^\circ$       C.  $45^\circ$       D.  $30^\circ$       E. alt răspuns
14. Măsura unghiului dintre dreptele  $A'M$  și  $C'N$  este egală cu:  
 A.  $90^\circ$       B.  $60^\circ$       C.  $45^\circ$       D.  $30^\circ$       E. alt răspuns
15. Distanța de la punctul  $A'$  la dreapta  $BM$  este egală cu:  
 A.  $2\sqrt{2}$  cm      B. 3 cm      C.  $\frac{6\sqrt{5}}{5}$  cm      D.  $\frac{2\sqrt{3}}{3}$  cm      E. alt răspuns
16. Distanța de la punctul  $A$  la planul  $A'BM$  este:  
 A. 1, (3) cm      B. 1, 5 cm      C. 1, 3 cm      D. 1, (5) cm      E. alt răspuns

17. Sinusul unghiului dintre dreapta  $BC$  și planul  $A'BM$  este egal cu:  
A.  $\frac{1}{2}$       B.  $\frac{1}{3}$       C.  $\frac{\sqrt{5}}{5}$       D.  $\frac{4}{5}$       E. alt răspuns
18. Măsura unghiului dintre dreapta  $NC$  și planul  $B'BM$  este egală cu:  
A.  $90^\circ$       B.  $60^\circ$       C.  $45^\circ$       D.  $30^\circ$       E. alt răspuns
19. Tangenta unghiului dintre planele  $(ABC)$  și  $(A'B'N)$  este egală cu:  
A. 1      B.  $\sqrt{2}$       C.  $\frac{1}{2}$       D.  $\frac{1}{3}$       E. alt răspuns
20. Dacă punctul  $T$  se află pe segmentul  $CC'$  astfel încât  $B'T + TM$  are valoare minimă, atunci lungimea segmentului  $CT$  este egală cu:  
A. 0,5 cm      B. 1 cm      C. 0, (6) cm      D. 0, (3) cm      E. alt răspuns