

Olimpiada Naţională GAZETA MATEMATICĂ
Etapa I
Judeţul Braşov, 20 februarie 2021

Clasa a V-a

Timp de lucru: 120 de minute

Fiecare problemă se punctează cu 1 punct.

Alegeţi varianta corectă de răspuns. O singură variantă este corectă.

1. Câte numere naturale de 3 cifre de forma \overline{abc} satisfac egalitatea $\overline{abc} - \overline{cba} = 297$?
A. 5 B. 6 C. 7 D. 8 E. alt răspuns
2. Se dau numerele $a = [(15^2 - 11^2) : 8 - 1^{2021}] : 2 - 2021^0$ şi $b = [(4^3 - 2^6 : 2) : 4 - 6]^2$. Calculând a^b obţinem
A. 5 B. 20 C. 125 D. 625 E. alt răspuns
3. Andrei a cumpărat 2 gume de şters, 6 creioane, 4 caiete de matematică şi 2 caiete dictando, plătiind 20 de lei. Prietenul lui a cumpărat 3 gume de şters, 9 creioane, 6 caiete de matematică şi 3 caiete dictando. Câţi lei a plătit prietenul lui Andrei?
A. 10 B. 30 C. 60 D. 25 E. alt răspuns
4. Din jumătatea triplului celui mai mare număr par format din 3 cifre distincte, scădeţi triplul dublului celui mai mic număr par format din 3 cifre pare distincte. Ce număr se obţine?
A. 72 B. 155 C. 255 D. 885 E. alt răspuns
5. Un elev are de rezolvat un anumit număr de probleme. Îşi propune să rezolve câte 10 probleme pe zi, într-un anumit număr de zile. Dar problemele i se par simple şi rezolvă câte 15 probleme pe zi, terminând astfel cu 4 zile mai devreme decât îşi propusese. Câte probleme a avut de rezolvat elevul?
A. 12 B. 120 C. 100 D. 15 E. alt răspuns
6. Într-o familie, tatăl are cu 5 ani mai puţin decât mama şi fiul lor la un loc. Peste 7 ani, fiul va avea a treia parte din vârsta mamei, iar toti membrii familiei vor avea împreună 108 ani. Diferenţa dintre vârsta tatălui şi vârsta fiului, în prezent este:
A. 87 B. 49 C. 41 D. 33 E. alt răspuns

7. Două numere naturale împărțite dau câtul 57, iar restul este strict mai mare decât 5 și cu 406 mai mic decât suma dintre deîmpărțit și împărțitor. Suma celor două numere naturale este:

A. 405 B. 406 C. 410 D. 412 E. alt răspuns

Problemele 8 și 9 se referă la următorul enunț:

Fie numărul $N = \overline{12345678910111213\dots 2021}$, obținut prin scrierea alăturată a numerelor naturale mai mici sau egale decât 2021, în ordine crescătoare.

8. Numărul cifrelor numărului N este:

A. 6948 B. 6957 C. 6968 D. 6974 E. alt răspuns

9. A 170-a cifră a lui N este:

A. 9 B. 7 C. 8 D. 6 E. alt răspuns

10. Câte triplete de numere naturale (x, y, z) pentru care $5^x + y^4 = 2 \cdot 3^{2z}$ există?

A. 0 B. 1 C. 2 D. 3 E. alt răspuns

11. Suma soluțiilor naturale ale inecuației $(x + 17) : 3 - 2 \cdot 4 \leq 20$ este:

A. 2211 B. 2278 C. 4556 D. 4422 E. alt răspuns

12. Știind că $5b + 4ab + 3bc = 120$ și $4a + 3c = 15$, numărul b este egal cu:

A. 8 B. 6 C. 60 D. 12 E. alt răspuns

13. Ultima cifră a numărului $A = 1 + 2 + 2^2 + 2^3 + \dots + 2^{2020}$ este:

A. 0 B. 1 C. 2 D. 5 E. alt răspuns

14. Fie $A = 1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 4 \cdot \dots \cdot 100$. Restul împărțirii lui $A + 1978$ la 2021 este:

A. 43 B. 147 C. 1978 D. 0 E. alt răspuns

15. Dacă a și b sunt două numere naturale pentru care $a^3 + b^3 = 35^{2020}$, atunci suma numerelor a și b este:

A. 5 B. $3 \cdot 35^{673}$ C. $5 \cdot 35^{673}$ D. $5 \cdot 35^{2019}$ E. alt răspuns

16. Numărul $A = (2^2 \cdot 2^4 \cdot 2^6 \cdot \dots \cdot 2^{2020}) : (2 \cdot 2^3 \cdot 2^5 \cdot \dots \cdot 2^{2019})$ este pătratul numărului natural:

A. 2020 B. 2^{2020} C. 2^{1010} D. 2^{505} E. alt răspuns

17. Ultimele două cifre ale numărului $2^{4n} + 2^{4n+2}$, unde n este un număr natural nenul, sunt:
A. 80 B. 90 C. 20 D. 50 E. alt răspuns
18. Restul împărțirii numărului $\overline{201\underbrace{999\dots 9}_{2020 \text{ cifre}}}$ la 101 este:
A. 0 B. 1 C. 9 D. 99 E. alt răspuns
19. Câte cifre are numărul $2^{2020} \cdot 5^{1920}$?
A. 1950 B. 1951 C. 2000 D. 2020 E. alt răspuns
20. Pentru numerele naturale $a = 2^{2021}$ și $b = 3^{1212}$ are loc inegalitatea:
A. $a < b$ B. $a > 2b$ C. $2a < b$ D. $a^2 < b$ E. alt răspuns