

Olimpiada Naţională GAZETA MATEMATICĂ

Etapa I

Judeţul Braşov, 20 februarie 2021

Clasa a VI-a

Timp de lucru: 120 de minute

Fiecare problemă se punctează cu 1 punct.

Alegeţi varianta corectă de răspuns. O singură variantă este corectă.

1. Care dintre afirmaţiile următoare este falsă?
Numărul 93240 se divide cu:
A. 7 B. 5 C. 18 D. 11 E. alt răspuns
2. Suma elementelor mulţimii $A = \{x \in \mathbb{N} | 3x - 1 < 2021 \text{ şi } 2021 < 3(x + 3)\}$ este egală cu:
A. 2690 B. 2016 C. 2020 D. 2686 E. alt răspuns
3. Un teren este reprezentat pe o hartă la scara 4:5 000 printr-un dreptunghi cu raportul dintre lungime şi lăţime egal cu $\frac{9}{7}$, iar diferenţa dintre lungime şi lăţime este de 10 mm. Perimetrul terenului real este egal cu:
A. 2hm B. 24dam C. 20m D. 210m E. alt răspuns
4. Suma numerelor naturale nenule a şi b , pentru care cel mai mare divizor comun este 19 şi $a^2 + b^2 = 4693$, este egală cu:
A. 13 B. 95 C. 247 D. 57 E. alt răspuns
5. Fie numerele naturale a, b, c, d, e care satisfac condiţiile $a + b + c + d + e = 360$ şi $b - a = c - b = d - c = e - d = 20$. Atunci numărul b este egal cu:
A. 32 B. 62 C. 52 D. 72 E. alt răspuns
6. Raportul măsurilor a două unghiuri adiacente este $\frac{3}{5}$, iar bisectoarele lor formează un unghi de 45° . Atunci diferenţa măsurilor celor două unghiuri este egală cu:
A. $22^\circ 30'$ B. 45° C. $33^\circ 15'$ D. $22^\circ 45'$ E. alt răspuns
7. Suma măsurilor a trei unghiuri este 360° . Suma măsurilor supplementelor lor este egală cu:
A. 360° B. 270° C. 180° D. 90° E. alt răspuns

8. Fie mulțimile $A = \{2^n \mid n \in \mathbb{N}, n \leq 6\}$ și $B = \{\overline{ab} \mid \overline{ab} \text{ se divide cu } 4\}$. Numărul de elemente al mulțimii $(A \setminus B) \cup (B \setminus A)$ este egal cu:
 A. 22 B. 29 C. 7 D. 23 E. alt răspuns
9. Câte numere de forma \overline{abc} , astfel ca $a \neq b$, $c \neq b$ și $\frac{a+b}{a-b} = \frac{b+c}{c-b}$, există?
 A. 9 B. 10 C. 90 D. 81 E. alt răspuns
10. Câte perechi (a, b) de cifre există, astfel încât fracția $\frac{3x+a}{2x+b}$ să fie ireductibilă pentru orice număr natural nenul x ?
 A. 2 B. 4 C. 6 D. 8 E. alt răspuns

Problemele 11 și 12 se referă la următorul enunț:

Considerăm în plan punctele distincte O, A, B, C, D , unde O aparține segmentului BD , punctele A și C se află de o parte și de alta a dreptei BD , iar unghiurile AOB și BOC sunt complementare.

11. Măsura unghiului format de bisectoarele complementului și suplementului unghiului AOB este egală cu:
 A. 135° B. 125° C. 80° D. 75° E. alt răspuns
12. Dacă $m(\widehat{COD}) = 2m(\widehat{AOB}) + 20^\circ$, măsura unghiului AOB este egală cu:
 A. 45° B. 100° C. 60° D. 70° E. alt răspuns
13. Se consideră numerele raționale, nenule, a, b, c . Dacă numerele a și b sunt direct proporționale cu numerele 5 și 3, iar b și c sunt invers proporționale cu numerele 0,1(6) și 0,25, atunci valoarea raportului $\frac{a^2 + b^2 + c^2}{2ac}$ este egală cu:
 A. 1,25 B. 3,6 C. 1,9 D. $\frac{2}{abc}$ E. alt răspuns
14. Pe o dreaptă, se consideră punctele $A_1, A_2, A_3, \dots, A_n, \dots$, în această ordine, astfel încât $A_1A_2 = 2$, $A_2A_3 = 4$, $A_3A_4 = 6$, ..., $A_nA_{n+1} = 2n$, Fie cercul C_1 , cu centrul în punctul A_{21} și raza 67, și cercul C_2 , cu centrul în A_{25} și raza 113. Cercurile C_1 și C_2 sunt:
 A. secante B. exterioare C. interioare D. tangente exterior E. alt răspuns
15. Măsura unghiului format de bisectoarele a două unghiuri adiacente este 72° . Măsurile celor două unghiuri adiacente sunt direct proporționale cu numerele 4 și 5. Diferența măsurilor celor două unghiuri este egală cu:
 A. 30° B. 16° C. 32° D. 45° E. alt răspuns

16. Numărul de perechi (x, y) de numere naturale nenule care satisfac ecuația $2020x + 2021y = 2020 \cdot 2021$ este egal cu:
A. 8 B. 2020 C. 1 D. 103 E. alt răspuns
17. Unghiul ascuțit format de acele unui ceas care indică ora 6 și 18 minute are măsura:
A. 50° B. 60° C. 72° D. 80° E. alt răspuns
18. Numărul elevilor care au trimis rezolvări la Gazeta Matematică, în luna februarie, a crescut cu 32% față de luna precedentă. În luna ianuarie, din numărul total de rezolvatori, 56% erau fete, față de 50% în luna februarie. În raport cu luna ianuarie, în luna februarie, numărul băieților care au trimis rezolvări la Gazeta Matematică a crescut cu:
A. 32% B. 40% C. 44% D. 50% E. alt răspuns
19. Pe un șantier lucrează inițial 30 de betonisti, 15 instalatori și 10 transportatori. Efectivul de muncitori se mărește la 165, păstrându-se proporția inițială a celor trei calificări. Câți betonisti lucrează pe șantier după mărirea efectivului de muncitori?
A. 60 B. 90 C. 50 D. 75 E. alt răspuns
20. Se consideră punctele coliniare A, B, C, D , în această ordine și punctele E și F situate de aceeași parte a dreptei AD . Fie BM bisectoarea unghiului \widehat{ABE} și CN bisectoarea unghiului \widehat{DCF} . Dacă dreptele BM și CN sunt perpendiculare, atunci raportul dintre măsurile unghiurilor \widehat{ABE} și \widehat{BCF} este egal cu:
A. 1 B. 0,5 C. 1,5 D. $\frac{2}{3}$ E. alt răspuns