



Olimpiada Națională GAZETA MATEMATICĂ
Etapa III - 24 aprilie 2021

Subiect – clasa a VII-a

Problema 1.

Se consideră cercul \mathcal{C} de centru O și punctul A în interiorul său, $A \neq O$. Mediatorea segmentului OA intersectează \mathcal{C} în punctele B și C . Dreptele AB și AC retinaie \mathcal{C} în D , respectiv E . Demonstrați că cercurile circumscrise triunghiurilor OBC și ADE sunt concentrice.

Problema 2.

Determinați toate perechile (a, b) de numere reale nenule care verifică relația

$$\frac{5-b}{a} = \frac{4-a}{b} = \frac{10}{a^2+b^2}.$$

Problema 3.

Considerăm triunghiul neisoscel ABC , cu $\angle BAC > 90^\circ$. Pe latura BC a triunghiului luăm punctele D și E , astfel încât $\angle BAD \equiv \angle ACB$ și $\angle CAE \equiv \angle ABC$. Bisectoarea unghiului $\angle ABC$ taie AE în M , iar bisectoarea unghiului $\angle ACB$ taie AD în N . Știm că $MN \parallel BC$.

Determinați măsura unghiului dreptelor BM și CN .

Problema 4.

Determinați cel mai mic număr natural n pentru care numărul

$$\sqrt{(6n+11)(6n+14)(20n+19)}$$

este rațional.