



Olimpiada Națională de Matematică
Etapa Națională, Sibiu, 8 Aprilie 2014

CLASA a VI-a

Problema 1. Se consideră mulțimea A a numerelor de patru cifre cel mult egale cu 2014. Determinați numărul maxim de elemente al unei submulțimi a lui A care conține numai pătrate perfecte, oricare două prime între ele.

Problema 2. Un număr natural $n > 1$ se numește p -periodic dacă $\frac{1}{n}$ se poate scrie sub forma unei fracții zecimale periodice simple, a cărei cea mai scurtă perioadă este formată din p cifre. Spre exemplu, numărul 9 este 1-periodic, deoarece $\frac{1}{9} = 0, (1)$, iar numărul 11 este 2-periodic, întrucât $\frac{1}{11} = 0, (09)$.

- Determinați numerele naturale p -periodice n care au proprietatea că prima cifră a perioadei numărului $\frac{1}{n}$ este nenulă.
- Determinați cel mai mare număr prim care este 4-periodic.

Problema 3. Pentru un număr natural n spunem că tripletul de numere naturale nenule (x, y, z) (nu neapărat distincte) este de tip n dacă $x + y + z = n$. Notăm cu $s(n)$ numărul tripletelor de tip n .

- Arătați că nu există niciun număr natural n pentru care $s(n) = 14$.
- Determinați cel mai mic număr natural n pentru care $s(n) > 2014$.

Problema 4. În triunghiul ABC considerăm punctele $M, N \in (AB)$, $P, Q \in (BC)$ și $S, R \in (AC)$ astfel încât $AM = CR$, $AN = CS$, $\sphericalangle MQB \equiv \sphericalangle RQC$ și $\sphericalangle NPB \equiv \sphericalangle SPC$. Arătați că dacă $MQ + QR = NP + PS$, atunci triunghiul ABC este isoscel.

*Timp de lucru 2 ore. Se acordă în plus 30 de minute pentru întrebări.
Fiecare problemă este notată cu 7 puncte.*