CONCURSUL INTERJUDEŢEAN DE MATEMATICĂ
”GHEORGHE LAZĂR”
Ediţia a XIV-a, 22-24 martie 2013
Clasa a VIII-a

1) Se consideră numerele reale distincte şi nenule x, y, z astfel încât

$$xy + \frac{1}{yz} = yz + \frac{1}{zx} = zx + \frac{1}{xy}.$$

Să se arate că $|xyz| = 1$.

Dumitru Barac, Sibiu

2) Fie $a, b \in (0, \infty)$ şi notăm cu M, m, cel mai mare, respectiv cel mai mic, dintre numerele $a + \frac{1}{b}$ şi $b + \frac{1}{a}$. Să se arate că a) $M \geq \frac{8ab}{(a+b)^2}$; b) dacă $a, b \in [1, \infty)$, atunci

$$m \geq \frac{4ab}{a^3 + b^3}\,.$$

Emil C. Popa, Sibiu

3) Volumul unui paralelipiped dreptunghic este egal cu $60\,\mathrm{cm}^3$. Mărind dimensiunile paralelipipedului cu 3, 4 respectiv 5 cm, volumul său se măreşte de 8 ori. Aflaţi lungimea diagonalei paralelipipedului.

Luca Tuţă, Buzău,
E:12692 (GM. 12/2012)

4) Se dau, în spaţiu, dreptele d_1, d_2 şi d_3 concurente în punctul M şi care fac între ele unghiurile ascuţite α, β, respectiv γ. a) Să se arate că există o unică dreaptă ce trece prin M şi face acelaşi unghi, φ, cu fiecare dintre dreptele d_1, d_2 'si d_3. b) În cazul $\alpha = \beta = \gamma = 90^0$, comparaţi unghiul φ, definit mai sus, cu 45^0.

Adrian Gîrjoabă, Sibiu