Ministerul Educaţiei Naţionale
Societatea de Ştiinţe Matematice din România

Olimpiada Naţională de Matematică

Etapa Judeţeană şi a Municipiului Bucureşti, 9 Martie 2013

CLASA a VI-a

Problema 1. Se consideră triunghiul echilateral ABC şi punctul D pe semidreapta opusă semidreptei $(BC$, astfel încât $[DB] \equiv [BC]$. Considerăm punctul E în semiplanul determinat de dreapta AD ce nu conţine punctul B, astfel încât $\mathrm{d}(E, AB) = EA$, $\mathrm{d}(E, DC) = ED$ şi $EA = ED$, iar punctul F astfel ca $D \in (BF)$ şi $[FD] \equiv [BC]$.

a) Demonstraţi că $\Delta FDE \equiv \Delta BAE$.

b) Arătaţi că $[EB$ este bisectoarea unghiului $\widehat{AED}$.

Gazeta Matematică

Problema 2. Determinaţi câte numere de opt cifre conţin în scrierea lor secvenţa "2013". (un exemplu de astfel de număr este $310\underline{2013}5$)

Problema 3. a) Arătaţi că 30007 este număr compus.

b) Arătaţi că şirul: $37,\ 307,\ 3007, ..., 3\underbrace{00...0}_{de\ n\ ori}7, ...$ conţine o infinitate de termeni care sunt numere compuse.

Problema 4. Se consideră numărul natural n, $n \geq 10$ şi mulţimea $A = \{1, 2, 3, ..., 3n\}$. Spunem că mulţimea nevidă X, $X \subset A$ are proprietatea $\mathcal{P}$ dacă oricare ar fi $x \in X$ şi $y \in X$, $x > y$, numărul $x + y$ nu se divide cu numărul $x - y$.

a) Daţi un exemplu de mulţime X cu proprietate $\mathcal{P}$ care conţine numerele 4 şi 14 şi care are cel puţin trei elemente.

b) Demonstraţi că există cel puţin o mulţime cu proprietatea $\mathcal{P}$ care are exact n elemente.

c) Arătaţi că nu există o mulţime cu proprietatea $\mathcal{P}$ care să aibă n elemente şi să conţină numerele 4 şi 14.

Timp de lucru 2 ore. Se acordă în plus 30 de minute pentru întrebări.
Fiecare problemă este notată cu 7 puncte.