

Al doilea baraj de selecție pentru OBMJ

București, 25 aprilie 2013

Problema 1. Arătați că dacă $a, b, c > 0$ și $a + b + c = 3$, atunci

$$\frac{a^2(b+1)}{ab+a+b} + \frac{b^2(c+1)}{bc+b+c} + \frac{c^2(a+1)}{ca+c+a} \geq 2.$$

Problema 2. Arătați că suma dintre un număr natural n și răsturnatul său este divizibilă cu 81 dacă și numai dacă suma cifrelor lui n este divizibilă cu 81.**Problema 3.** Se colorează toate submulțimile cu 3 elemente ale unei mulțimi cu 7 elemente astfel încât oricare două submulțimi disjuncte să nu aibă aceeași culoare. Aflați numărul minim de culori necesare.**Problema 4.** Se consideră triunghiul ascuțitunghic ABC cu ortocentrul H . Punctul P este situat pe cercul circumscris triunghiului ABC . Demonstrați că mijlocul segmentului $[HP]$ este situat pe dreapta lui Simson asociată punctului P în raport cu triunghiul ABC .