CONCURSUL INTERNAŢIONAL „ION BARBU – DAN BARBILIAN”

Ediția a XXI - a, Călărași, 29 octombrie 2016

Clasa a V–a

P1. Spunem că două numere de trei cifre formează o *pereche interesantă* dacă cele mai mici cifre pe care le conţin sunt egale şi diferenţa dintre cele mai mari este egală cu opt (numerele 819 și 111 formează o *pereche interesantă* pentru că cea mai mică cifră conținută de cele două numere este 1 și diferența dintre cele mai mari cifre este $8=9-1$).

a) Determină cel mai mic număr natural care este egal cu suma numerelor dintr-o *pereche interesantă*.

b) Determină numărul *perechilor interesante*.

Adriana Olaru, Călărași

Soluție: a) $209=100+109$; (2p) **b)** 153 (1p ideea de numărare și 4 p finalizarea)

P2. Fie n un număr natural, $n\geq 2$. Un tabel cu n linii și n coloane se numește $n-$ *tabel* dacă prima linie conține numerele $1, 2, \ldots, n$; a doua linie conține numerele $2\cdot 1, 2\cdot 2, \ldots, 2\cdot n$; a treia linie conține numerele $3\cdot 1, 3\cdot 2, \ldots, 3\cdot n$ și așa mai departe. Urmărește, în desenul de mai jos, cum arată tabelele numite 2 – *tabel,* 3 – *tabel,* 4 – *tabel* și 5- *tabel*.

1	2
2	4

2 - tabel

1	2	3
2	4	6
3	6	9

3 - *tabel*

1	2	3	4
2	4	6	8
3	6	9	12
4	8	12	16

4 - *tabel*

1	2	3	4	5
2	4	6	8	10
3	6	9	12	15
4	8	12	16	20
5	10	15	20	25

5 - *tabel*

6 - *tabel*

Se cere:

a) completează 6 – *tabel*;

b) găsește un număr natural n cu proprietatea că $n-$ *tabel* conține numărul 2016;

c) determină cel mai mic număr natural n cu proprietatea că $n-$ *tabel* conține numărul 2016.

Gheorghe Stoianovici, Călărași

Soluție: a) (1p); b) (2p) c) toate numerele din $n-$ *tabel* sunt mai mici sau cel mult egale cu $n\cdot n$; $44\cdot 44=1936<2016$ (1p) și $45\cdot 45=2025\Rightarrow n\geq 45$; presupunem $n=45\Rightarrow$ există k asfel încât $2016=45\cdot k$, fals $\Rightarrow n\neq 45$; asemănător se arată că $n\neq 46$ și $n\neq 47$; $2016=42\cdot 48\Rightarrow n=48$. (3p)

P3. Pe o tablă sunt scrise numerele de la 1 la 2016. Doi copii Marius și Andrei joacă următorul joc: șterg pe rând un număr de cifre cuprins între 1 și 7 și câștigă cel șterge ultimele cifre rămase pe tablă. Dacă știi că primele cifre sunt șterse de Andrei, stabilește câștigătorul și strategia câștigătoare.

Cristina Bornea, Călărași

Soluție: Răspunsul este Andrei. De la 1 la 2016 sunt 6957 cifre. Andrei șterge primul 5 cifre(1p) iar pe tablă rămân $6952=8\cdot 869$ cifre. (1p) În următoarele etape Andrei șterge $8-x$ cifre, unde x-este numărul de cifre șters anterior de Marius. (3p) După 868 de mutări (Andrei+ Marius=1 mutare) pe tablă mai rămân scrise 8 cifre. Marius șterge cel mult 7 cifre, deci ultimul care are posibilitatea de a șterge este Andrei și câștigă. (2p)

P4. Ai două culori și colorezi fiecare număr natural cu una dintre ele.

a) Arată că pentru orice colorare a numerelor naturale există numerele a, b, c de aceeași culoare, astfel încât $a+b=c$.

b) Arată că pentru orice colorare a numerelor naturale există numerele x, y, z, t de aceeași culoare, astfel încât $x+y+z=t$.

Vasile Pop, Cluj Napoca

Barem de corectare: Problema 1. a) 4 puncte; b) 3 puncte; Problema 2. 7 puncte; Problema 3. 7 puncte; Problema 4. 7 puncte.

Soluție: a) Folosim culorile roșu și galben și dacă numărul natural n este colorat cu roșu notăm n_r iar dacă este colorat cu galben notăm n_g. Presupunem că nu există numerele a, b, c de aceeași culoare, astfel încât $a+b=c$. (1p) Dacă 1 este colorat cu roșu, rezultă $1_r+1_r=2_g$; $2_g+2_g=4_r$; (1p) deoarece $1_r+3=4_r \Rightarrow 3=3_g$; $1_r+4_r=5_g$; $3_g+3_g=6_r$; $2_g+5_g=7_r$ dar $7=1_r+6_r \Rightarrow 7=7_g$; ultimele două relații sunt contradictorii deci ipoteza făcută este falsă (Evident la aceeași tip de concluzie ajungem dacă presupunem că 1 este colorat cu galben.), deci există numerele a, b, c de aceeași culoare, astfel încât (2p) $a+b=c$. **b)** Presupunem că nu există numerele x, y, z, t de aceeași culoare, astfel încât $x+y+z=t$ și că 1 este colorat cu roșu, rezultă $1_r+1_r+1_r=3_g$; $3_g+3_g+3_g=9_r$; $1_r+4+4=9_r \Rightarrow 4=4_g$; $1_r+1_r+9_r=11_g$ dar $11=3_g+4_g+4_g \Rightarrow 11=11_r$, ultimele două relații sunt contradictorii deci ipoteza făcută este falsă. (3p)

Succes

Barem de corectare: Problema 1. a) 4 puncte; b) 3 puncte; Problema 2. 7 puncte; Problema 3. 7 puncte; Problema 4. 7 puncte.