CONCURSUL INTERNAŢIONAL „ION BARBU - DAN BARBILIAN”

Ediţia a XVII - a, Călăraşi, 26 - 28 octombrie 2012

Clasa a VI – a

Problema 1. a) Rezolvați în mulțimea numerelor naturale ecuația $13ab+11c=143$.

Gabriela Ruse, Călărași

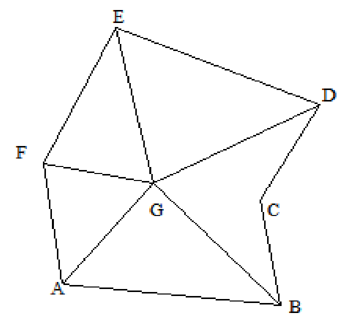
b) Determinați trei numere prime *a*, *b*, *c*, pentru care este adevărată egalitatea $30a+7b+35c=2012$.

Eugen Predoiu, Călărași

c) Fie A o submulţime a lui $\mathbb{N}$ cu proprietăţile: P_1) dacă $x \in A$ atunci $8x-2 \in A$; P_2) dacă $8x+3 \in A$ atunci $x \in A$ și P_3) $27 \in A$. Arătați că $174 \in A$.

Gina Cioboată, Călărași

Problema 2. a) Figura alăturată reprezintă o rețea de căi ferate care leagă localitățile *A*, *B*, *C*, *D*, *E*, *F*, *G*. Aceste localități se numesc „*noduri de cale ferată*”. Localitate *X* este *legată* de localitatea *Y* dacă se poate ajunge, pe calea ferată, de la *X* la *Y* fără să se treacă printr-o altă localitate (de exemplu localitatea *A* este legată de localitățile *B*, *G* și *F*; *C* este legată de *B* și *D* etc.) O localitate se va numi „*nod impar*” dacă suma lungimilor căilor ferate până la localitățile de care *legată* este un număr impar, respectiv „*nod par*” dacă suma lungimilor căilor ferate până la localitățile de care *legată* este un număr par. Distanța dintre oricare două dintre localitățile *A*, *B*, *C*, *D*, *E*, *F*, *G*, măsurată în kilometri pe calea ferată, este un număr natural. Să se arate că localitățile nu pot fi toate „*noduri impare*”.



b) Un număr natural n se numește „*puternic*” dacă există $x, y \in \{0, 1, 2, ..., 100\}$ astfel încât $n = 3^x \cdot 5^y$. Să se demonstreze că în orice mulțime formată din 5 numere „*puternice*” există două numere al căror produs este pătrat perfect.

Relu Ciupea, Oltenița

Problema 3. a) Să de determine mulțimea $M = \{(x, y) \in \mathbb{Z} \times \mathbb{Z} \mid 5x + 7y = 1\}$.

b) Să se determine cel mai mare număr natural n care nu poate fi scris sub forma $n = 5x + 7y$ unde $x, y \in \mathbb{N}$. Justifică răspunsul.

Maria Pop, Cluj

Problema 4. Un bloc în formă de cub este format din 27 de camere identice. Cu excepția camerei centrale, care este inaccesibilă, se poate trece din orice cameră în orice cameră vecină (două camere sunt vecine dacă au un perete comun pe orizontală sau verticală).

a) Pot fi împărțite cele 26 de camere accesibile în 13 perechi de câte două camere vecine? Justifică răspunsul.

b) Poate cineva să viziteze toate camerele accesibile trecând o singură dată prin fiecare? Justifică răspunsul.

Vasile Pop, Cluj

Succes