MATHMOISELLE : concours de mathématique en langues modernes, VII-ème édition, 02.06.2016

IX-ème classe/M_1

Nom et prénom de l'élève:

Problémes numériques

1. Si $(a_n)_{n\in N}$ est une progression arithmétique à $a_1+a_{2017}=2017$, alors a_{1009} a la valeur:

$a)2017 \quad b)1009 \quad c)\frac{2017}{2} \quad d)\frac{1009}{2}$

2. Le produit des solutions de l'équation $\left[\frac{x-1}{2}\right]=\frac{x+3}{3}$ est:

a) 135 b)9 c)108 d) 1620

3. On considère la multitude $M=\{\cos 1^\circ \cdot \sin 1^\circ, \cos 3^\circ \cdot \sin 3^\circ, ..., \cos 179^\circ \cdot \sin 179^\circ\}$. Si a est le plus petit élément et b le plus grand élément de la multitude, puis ces éléments sont:

a) $a=b=0$ *b)* $a=-\frac{1}{2}, \mathrm{b}=\frac{1}{2}$ *c)* $a=-1, b=1$ *d)* $a=-\frac{\sqrt{2}}{2}, \mathrm{b}=\frac{\sqrt{2}}{2}$

Problèmes de logique

1. Le nombre des diagonales d'un polygone convexe à 2016 pointes est:

$a)1008\cdot 2013 \quad b)1008 \quad c)2016\cdot 2015 \quad d)2016\cdot 2013$

2. La cryptologie est la science des écritures secrètes, ayant comme objet la protection du secret des données ou des informations confidentielles à l'aide des systèmes cryptographiques. L'un des plus simples systèmes s'appuie sur l'algorithme de codification de César (le bien connu empereur romain) : le texte est construit avec les lettres de l'alphabet latin *A, B, ..., Z,* et la clef de codification est représentée par un nombre entier $k\in\{1,2,3,...,26\}$. On associe à chaque lettre du texte source l'ordre lexicographique x et ensuite, afin de réaliser la codification, cette lettre est remplacée par le caractère code $(x+k) \bmod 26$ (par mod 26 on prend le reste de la multiplication de $x+k$ a 26). Par exemple, on encode le mot *MATEMATICA* en utilisant cet algorithme avec la clef $k=9$ ainsi: a la lettre *M* correspond $x=13$, donc on encode en $(13+9) \bmod 26=22$ et on continue dans la même manière, jusqu'au résultat *VJCNVJCRLJ*. En utilisant cet algorithme et avec la clef $k=10$, encodez le message *MATHMOISELLE*.

a) VLOAVYCRUJJU b) WKDRWYSCOVVO c) ZWTSZJIASDDS d) WKDRYWSCOVVO

3. Soit le prédicat $p(x,y): x^2-20x+100+y^2=0, x,y\in R$.
Établissez laquelle des propositions suivantes est correcte:

a) $(\exists)x, (\exists)y, p(x,y)$ b) $(\forall)x, (\forall)y, p(x,y)$
c) $(\forall)x, (\exists)y, p(x,y)$ d) $(\exists)x, (\forall)y, p(x,y)$

MATHMOISELLE : concours de mathématique en langues modernes, VII-ème édition, 02.06.2016

IX-ème classe/M_1

Nom et prénom de l'élève:

Aplications pratiques

1. Soit un cube avec le côté de 3 qu'on le divisée en 27 petits cubes égaux. Une fourmi veut parcourir tous les petits cubes, à l'exception de celui du milieu du cube, de sorte qu'elle puisse passer (traverser) deux cubes par les arêtes et pas par les pointes. Le maximum de cubes qu'elle peut parcourir est:

$a)26 \quad b)25 \quad c)27 \quad d)23$

2. Dan regarde une volée des oiseaux. Chaque minute, quelques oiseaux s'éloignent de la volée, pendant qu'autres y viennent pour les remplacer. Chaque fois, Dan les compte et ainsi il trouve la règle. Un nombre naturel moins que 10 % de leur nombre s'éloignent et autre 5 rejoignent la volée. En savant qu'au commencement il y avait 20 oiseaux dans la volée, Dan dit qu'après 10 minutes il y aura :

a) 40 *b)* 42 *c)* 39 *d)* 43

3. Dans la théorie des cordes notre univers est considéré comme une membrane infinie en longueur, très étroite d'une manière que l'on peut l'approximer à une fil. Cette membrane est située entre une multitude des autres membranes parallèles entre eux. Beaucoup de scientifiques considèrent que ces membranes sont en vibration contrôlée par des lois et que la collision de notre membrane de ce d'un autre univers parallèle a provoqué le Big Bang. Quelle est la fonction $f:[0,\infty)\to R$ qui peut être la description de lois de vibration de notre univers?

a) $f(x)=\cos x$ b) $f(x)=2x+1$ c) $f(x)=\{x\}$ d) $f(x)=[x]$

MATHMOISELLE: concours de mathématique en langues modernes, VII-ème édition, 02.06.2016

IX-ème classe/M2

Nom et prénom de l'élève:

Problémes numériques

1. En calculant $S = \frac{1}{1\cdot 5} + \frac{1}{5\cdot 9} + \ldots + \frac{1}{(4\cdot 2016-3)\cdot(4\cdot 2016+1)}$ on obtient:

$a)\frac{2015}{2016}$ $b)\frac{1}{8061}$ $c)\frac{8064}{8061}$ $d)\frac{2016}{8065}$

2. La fonction $f:\mathbb{R} \to \mathbb{R}$, qui vérifie la relation $3f(x) - 2f(2-x) = 10x - 7, (\forall)\, x \in \mathbb{R}$, est:

a) $f(x) = 10x - 7$ b) $f(x) = 7 - 10x$ c) $f(x) = 2x + 1$ d) $f(x) = 3x - 2$

3. Le résultat du calcul $(1+2)\cdot(1+2^2)\cdot(1+2^4)\cdot\ldots\cdot(1+2^{2^{10}})$ est:

a) $2^{2^{20}}+1$ *b)* $2^{2^{20}}-1$ *c)* $2^{2^{11}}+1$ *d)* $2^{2^{11}}-1$

Problèmes de logique

1. Emil teste sa nouvelle voiture. Il parcourt la distance de 60 km entre Bucarest et Ploieşti avec la vitesse moyenne de 60 km/h, et la distance d'environ 240 km entre Ploieşti et Sibiu avec la vitesse moyenne de 80 km/h. Quelle est la vitesse moyenne avec laquelle il s'est déplacé de Bucarest à Sibiu?

$a)75\ km/h$ $b)72{,}5km/h$ $c)80km/h$ $d)73{,}75km/h$

2. Andrei étudie une volée de pigeons. Chaque minute 10% des pigeons abandonnent la volée et 30% d'entre eux reviennent dans la volée. Si p_n est le nombre de pigeons à la fin des n minutes, alors la relation de recurrence est:

a) $p_{n+1} = 1{,}2p_n$ b) $p_{n+1} = 0{,}5p_n + 20$

c) $p_{n+1} = 0{,}9p + 2$ d) $p_{n+1} = 0{,}8p_n$

3. On considère les ensembles: $M_1 = \{1\}, M_2 = \{2,3\}, M_3 = \{4,5,6\}, M_4 = \{7,8,9,10\}\ldots$ et ainsi de suite. Quel est le plus grand élèment de l'ensemble M_{2016} ?

$a)1008\cdot 2017$ $b)201600$ $c)1008$ $d)1008\cdot 2015$

Applications pratiques

1. Un amphithéâtre a 39 places au deuxième rang, 42 places au troisième rang et ainsi de suite. Si les nombres de places sont en progression arithmétique, trouvez combien de places sont au 17-ème rang de l'amphithéâtre?

a) 102 ; b) 104 ; c) 84; d) 95

2. La cryptologie est la science des écritures secrètes, ayant comme objet la protection du secret des données ou des informations confidentielles à l'aide des systèmes cryptographiques. L'un des plus simples systèmes s'appuie sur l'algorithme de codification de César (le bien connu empereur romain) : le texte est construit avec les lettres de l'alphabet latin *A, B, ..., Z,* et la clef de codification est représentée par un nombre entier $k \in \{1, 2, 3, \ldots, 26\}$. On associe à chaque lettre du texte source l'ordre lexicographique x et ensuite, afin de réaliser la codification, cette lettre est remplacée par le caractère code $(x+k) \bmod 26$ (par mod 26 on prend le reste de la multiplication de $x+k$ a 26). Par exemple, on encode le mot *MATEMATICA* en utilisant cet algorithme avec la clef $k=9$ ainsi: a la lettre *M* correspond $x=13$, donc on encode en $(13+9) \bmod 26 = 22$ et on continue dans la même manière, jusqu'au résultat *VJCNVJCRLJ*. En utilisant cet algorithme et avec la clef $k=10$, encodez le message *MATHMOISELLE*.

a) *VLOAVYCRUJJU* *b)* *WKDRWYSCOVVO* *c)* *ZWTSZJIASDDS* *d)* *WKDRYWSCOVVO*

3. Mihai participe avec une œuvre à une exposition. Pour cela, il prend un disque en bois et le coupe en 12 secteurs, les superficies desquelles son en progression arithmétique. Ensuite il place les secteurs obtenus l'un au dessus de l'autre, en ordre décroissant. Il observe que la superficie du plus grand secteur est en effet le double de la superficie du plus petit secteur et se demande quelle est, en degrés, la mesure de l'angle correspondant au plus petit secteur.

a) 30° *b)* 20° *c)* 10° *d)* 15°.