MATHMOISELLE: concurs de matematică în limbi moderne, ediţia a VII-a, 02.06.2016

Clasa a X-a /M_1

Nume şi prenume elev:

Probleme numerice

1. Modulul numărului complex $\left(\frac{1+i}{1-\sqrt{3}i}\right)^{2016}$ este egal cu:

a) 2^{1008} b) 2^{-1008} c) $\sqrt{2}^{1008}$ d) $\sqrt{2}^{-1008}$

2. Valoarea produsului $P=\sqrt{3-\sqrt{5}}\cdot\sqrt[3]{1+\sqrt{5}}\cdot\sqrt[6]{7+3\sqrt{5}}$ este:

a) $P=-3$ b) $P=-2$ c) $P=1$ d) $P=2$

3. Valoarea sumei $S=\ln(tg1^{\circ})+\ln(tg2^{\circ})+\ldots+\ln(tg89^{\circ})$ este:

a) $S=1$ b) $S=-1$ c) $S=0$ d) $S=2$

Probleme de logică

1. Un student are de dat 4 examene în 10 zile. În câte moduri pot fi programate aceste examene aşa încât în prima zi să dea un examen?

a) 2016 b) C_{10}^{4} c) A_{10}^{4} d) $4\cdot C_{9}^{4}$

2. La o întrunire a Consiliului Elevilor unui judeţ participanţii, fete şi băieţi, sunt aşezaţi în jurul unei mari mese rotunde. Se ştie că 9 fete au în dreapta lor tot o fată, iar 12 fete au în dreapta lor un băiat. De asemenea, 3/ 5 băieţi au în dreapta lor o fată. Se alege la întâmplare un elev care să redacteze procesul-verbal al întâlnirii. Care este probabilitatea ca să fie aleasă o fată?

a) $P=\frac{19}{35}$ b) $P=\frac{19}{41}$ c) $P=\frac{21}{35}$ d) $P=\frac{21}{41}$

3. Patru prieteni, Ionescu, Vasilescu, Georgescu şi Costescu, au prenumele Ioan, Vasile, Costin şi George, dar fiecare iniţială a numelui diferă de cea a prenumelui. Ionescu şi Vasilescu au ochii negri, George are ochii albaştri iar Vasile are ochii verzi. Cum se numesc cei patru prieteni?

a) I.G., V.I., G.C., C.V. b) I.C., V.I., G.V., C.G. c) I.V., V.I., G.C., C.G.

d) I.V., V.C., G.I., C.G.

Aplicaţii practice

1. Dintre 120 consumatori de cafea, 70 o consumă cu zahăr, 60 cu frişcă, iar 50 cu zahăr şi frişcă. Câţi consumatori de cafea fără zahăr şi fără frişcă există?

a) 80 b) 40 c) 50 d) 100

2. Funcţia $N(t)=14e^{-0,0715t}$ aproximează cantitatea de substanţă radioactivă (exprimată în grame) dezintegrată după t zile . Determinaţi numărul de zile necesar pentru ca jumătate din cantitatea iniţială de substanţă să se dezintegreze. (Se ştie că $\ln 2 \approx 0,6931$).

a) $8,9$ zile b) $9,1$ zile c) $9,6$ zile d) $8,5$ zile

3. Alex practică sport de performanță. Echipa sa de handbal a obținut la un turneu dificil punctajul p, unde $p=p(n)=\left[\left(\sqrt{2}\right)^{10-n}\cdot\left(\sqrt[7]{3^n}\right)\right]$, după fiecare al $n-$lea meci jucat (în total 28 meciuri disputate, în sistem turneu, adică fiecare echipă a jucat cu toate celelalte participante). Dacă $n=1,2,...,10$ reprezintă numărul de meciuri jucate de echipa lui Alex și $[a]$ partea întreagă a numărului real a, atunci numărul de echipe participante la turneu *E* precum și punctajul p obținut de echipa lui Alex după 7 meciuri sunt egale cu:

a) *E* = 8, *p* = 10 *b) E* = 10, *p* = 10 *c) E* = 8, *p* = 8 *d) E* = 10, *p* = 8

Probleme numerice

1. Rezultatul calculului $\dfrac{\left(4^{n+1}-4^{n}\right)^{\frac{1}{2}}}{\left(8^{n-1}-7\cdot 8^{n-2}\right)^{\frac{1}{3}}}$ este:

a) $\sqrt{3}$; b) 4; c) $4\sqrt{3}$; d)2

2. Dacă $\log_4 80 = a$, atunci $\log_4 5$ este egal cu:

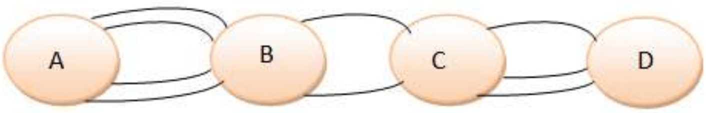
a)$1-a$ $b)a-2$ $c)a+2$ $d)2-a$

3. Calculând $\dfrac{\left(\dfrac{2016}{2015}\right)^{-1}+2016^{-1}}{\sqrt[3]{2\cdot 2016}\cdot\left(\dfrac{\sqrt[3]{4}}{\sqrt[3]{2016}}\right)^{-2}}$ se obține:

a)1008^{-1} $b)2016$ $c)\sqrt[3]{2016}$ $d)1008$

Probleme de logică

1. De la localitatea A la localitatea B sunt 4 drumuri, iar de la B la C sunt 2 drumuri. Dacă de la C la D se poate ajunge pe trei rute, atunci numărul de drumuri ce leagă A de D, via B și C, este:



a)9 $b)12$ $c)24$ $d)26$

2. Dacă $2\ln x-\ln y=\ln\left(x-\dfrac{1}{4}y\right)$ pentru $4x>y>0$, atunci $\dfrac{x}{y}$ este egal cu:

a) $-\dfrac{1}{2}$ *b)* $\dfrac{3}{2}$ *c)* 1 *d)* $\dfrac{1}{2}$

3. Schema orară a unei clase conține 10 discipline, iar orarul trebuie să conțină cinci materii diferite pe zi. În câte moduri poate fi întocmit orarul unei zile?

$$\text{a)}\, A_{10}^{5} \quad b)\, C_{10}^{5} \quad c)\, P_{10} \quad d)\, 1823$$

Aplicaţii practice

1. O echipă de marinari pleacă cu vaporul din punctul A(1,3) și doresc să ajungă în punctul C(m,-3). Dacă în drumul lor cel mai scurt de la A la C se opresc pentru a permite trecerea unui alt vapor ce are coordonatele B (-3,0), atunci m este:

$$\text{a)}\, 2 \quad b)\, -7 \quad c)\, 6 \quad d)\, 7$$

2. Un elev urmarește harta GPS de pe telefonul mobil și dorește să ajungă de acasă A(0,0) la școala S(5,6). El își propune ca în drum spre școală să treacă pe la unul dintre colegii lui, Bogdan sau Cătălin, care se află în punctele B(2, 3), respectiv C(0,1). Atunci cel mai scurt drum până la școală este de este:

$$\text{a)}\, \sqrt{13}+3\sqrt{2} \quad b)\, 1+5\sqrt{2} \quad c)\, 5+3\sqrt{2} \quad d)\, 10$$

3. Funcția $\mathrm{N}(t)=12+29\log_2 \mathrm{t},\ 0<t\le 16$ modelează numărul de cuvinte pe minut cu care un elev din clasa a X a culege la tastatura calculatorului un text. Numărul maxim de cuvinte pe care elevul îl poate scrie pe minut este:

a)5 cuvinte pe minut ;

b)8 cuvinte/minut ;

c)128 cuvinte pe minut ;

d) 45 cuvinte pe minut;