



Concursul Interjudețean
"Matematica, de drag"
Ediția a VII - a, Bistrița
23 - 25 noiembrie 2012



Clasa a XI-a

1. Să se arate că

$$A \cdot (A - B) \cdot B = B \cdot (A - B) \cdot A,$$

pentru orice matrice pătratică de ordin 2 cu urme egale.

2. Să se determine funcțiile $f : \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}$ care, pentru m, n numere naturale date, îndeplinesc condițiile:

a) $f(1, 1) = m + n$;

b) $f(x, y + z) = f(x, y) + nz$, oricare ar fi $x, y, z \in \mathbb{R}$;

c) $f(y + z, x) = f(y, x) + mz$, oricare ar fi $x, y, z \in \mathbb{R}$;

3. Fie șirul $(a_n)_{n \geq 1}$ de numere reale nenule definit prin $a_1 = \frac{1}{6}$ și $\frac{1}{a_{n+1}} - \frac{1}{a_n} = 3(n+1)(n+2)$, oricare ar fi $n \geq 1$. Să se arate că:

$$a_1 a_4 + a_2 a_5 + \dots + a_n a_{n+3} \leq \frac{1}{600}.$$

Notă:

- Toate subiectele sunt obligatorii
- Fiecare subiect se punctează cu 7 puncte.
- Timp efectiv de lucru: $2\frac{1}{2}$ ore.