

Concursul Interjudețean
"Matematica, de drag"
Ediția a VI - a, Bistrița
18 - 20 noiembrie 2011

Clasa a VII-a

1. a) Să se determine valorile naturale ale lui n , pentru care fracția $\frac{2n-1}{9n+4}$ se poate simplifica.

b) Arătați că nu există numere naturale nenule x, y, z pentru care $x^2 + y^2 = 7 \cdot (x, z)$ și $x^2 + z^2 = 7 \cdot (x, y)$. (am notat cu (a, b) cel mai mare divizor comun al numerelor naturale a și b).

2. Rezolvați în $\mathbb{Z} \times \mathbb{Z}$ ecuația:

a) $\sqrt{x^2 - y} = 4 - x^2$.

b) Să se afle $n \in \mathbb{N}^*$, știind că fracțiile: $\frac{n+1}{3n^2+2n}$ și $\frac{10}{261}$ sunt echivalente.

3. Se consideră paralelogramul $ABCD$ și punctele E, F, O, M, P și N astfel încât: $E \in (AB), F \in (AB), AE = FB = \frac{AB}{4}; \{O\} = AC \cap BD; DE \cap FC = \{M\}; MO \cap AB = \{P\}; DP \cap MB = \{N\}$ și $AB = 12$ cm.

a) Aflați lungimea segmentului (PE) .

b) Arătați că patrulaterul $MNOE$ este paralelogram.

c) Dacă $BC = AM = \frac{AB}{2}$, arătați că dreptele BD și BC sunt perpendiculare, iar triunghiul NOE este echilateral.

Notă:

- Toate subiectele sunt obligatorii
- Fiecare subiect se punctează cu 7 puncte.
- Timp efectiv de lucru: $2\frac{1}{2}$ ore.