

Concursul național de matematică

“LAURENȚIU PANAITOPOL”

Ediția a V-a, București, 24.11.2012

Clasa a VII-a

1. Două persoane, A și B , au cumpărat fructe de trei feluri: M cu prețul de 2 lei/kg, P cu prețul de 3 lei/kg și N cu prețul de 6 lei/kg. Cantitățile de fructe de tipul M , P și N achiziționate de persoana A sunt invers proporționale cu prețurile corespunzătoare celor trei produse, iar cantitățile de fructe de tipul M , P și N achiziționate de persoana B sunt direct proporționale cu prețurile corespunzătoare celor trei produse. În final, fiecare persoană a plătit câte 18 lei. Comparați prețul mediu al unui kilogram de fructe cumpărate de A cu prețul mediu al unui kilogram de fructe cumpărate de B .

2. Se consideră fracțiile $\frac{n-73}{45}; \frac{n-74}{46}; \frac{n-75}{47}; \frac{n-76}{48}; \frac{n-77}{49}$, unde n este un număr natural, $n \geq 78$. Determinați cea mai mică valoare a lui n pentru care fracțiile date sunt simultan reducibile.

3. Se consideră triunghiul ABC în care punctul I este intersecția bisectoarelor unghiurilor. Paralela prin A la dreapta BC intersectează perpendiculara în B pe dreapta BI în punctul P și perpendiculara în C pe dreapta CI în punctul Q . Paralela prin P la BI intersectează paralela prin Q la CI în punctul R . Demonstrați că $AI = AR$.

4. Se consideră un număr natural compus n cu proprietatea că există $k \in \mathbb{N}^*$ astfel încât, pentru oricare divizor propriu a al lui n , numărul $n - ka$ este divizor al lui n . Arătați că n este pătratul unui număr prim.

. **Notă:** Toate subiectele sunt obligatorii.
Fiecare subiect se punctează de la 0 la 7.
Timp de lucru: 3 ore efectiv.