

Societatea de Științe Matematice din România  
Colegiul Național „Spiru Haret”, București  
Centrul de Excelență „Sfântul Sava”, București  
Institutul de Matematică al Academiei Române

## Concursul de matematică „Laurențiu Panaitopol”

București, 7 noiembrie 2009

### SUBIECTELE

#### CLASELE IX – X

---

---

**Subiectul 1.** a) Arătați că, dacă  $0 < x < y < 90$ , atunci  $\sin x^\circ < \sin y^\circ$ .

b) Fie  $ABC$  și  $A'B'C'$  două triunghiuri ascuțitunghice astfel încât  $AB \geq A'B'$ ,  $AC \geq A'C'$ ,  $BC \geq B'C'$  și  $\text{aria}(ABC) \leq \text{aria}(A'B'C')$ . Arătați că  $ABC \equiv A'B'C'$ .

*L. Panaitopol*

**Subiectul 2.** Arătați că descompunerea în factori primi a sumei a două numere prime consecutive, diferite de 2, conține cel puțin trei factori (nu neapărat distincți; de exemplu,  $7 + 11 = 18 = 2 \cdot 3 \cdot 3$ ).

**Subiectul 3.** Fie  $b > a > 0$  numere reale fixate. Pentru  $r \in [a, b]$  definim

$$M(r) = \max_{x \in [a, b]} \left| \frac{r - x}{x} \right|.$$

Determinați  $r$  (funcție de  $a, b$ ) pentru care  $M(r)$  este minim.

**Subiectul 4.** La „Balul Bobocilor” participă 100 de băieți și 100 de fete. Cineva constată că băieții pot invita fetele la dans astfel încât, în fiecare dintre cele 100 de perechi formate, să fie respectată regula:

(R) *diferența dintre vârstele dansatorilor este de cel mult o săptămână.*

Arătați că, dacă ordonăm crescător după vârstă atât băieții cât și fetele, apoi primul băiat invită prima fată, al doilea băiat invită a doua fată și așa mai departe, atunci perechile formate respectă regula (R).

Timp de lucru: 3 ore

Fiecare subiect este notat cu 7 puncte.