

Concursul național de matematică

“LAURENȚIU PANAITOPOL”

București, 07.11.2009

Bareme și soluții

Clasa a VII-a

1. a) $(-1)^1 \cdot (-2)^2 \cdot (-3)^3 \cdot \dots \cdot (-49)^{49} \cdot (-50)^{50} = (-1)^{25} \cdot 1^1 \cdot 2^2 \cdot \dots \cdot 50^2$. **2 p**
Finalizare, rezultat 0. **2 p**
b) Sunt 16 factori care conțin pe 5^1 și 4 factori care conțin pe 5^2 . **2 p**
Finalizare: $n = 24$. **1 p**
2. a) De exemplu: $-4, -3, -2, -1, 0, 1, 2, 3, 4, 5$. **3 p**
b) Suma minimă se obține, de exemplu, pentru numerele $-n, \dots, -1, 0, 1, \dots, n, n+1$ și este egală cu $2 \cdot \frac{n \cdot (n+1)}{2} + (n+1) = (n+1)^2$. **3 p**
Dacă vom înlocui unul dintre cele $2n+2$ numere considerate cu un altul, acela va avea modulul mai mare decât $n+1$, deci suma modulelor va crește. **1 p**
3. a) Fiecare dintre cele patru poziții din scrierea unui număr poate fi ocupată de una dintre cifrele 1 sau 2. **1 p**
În total sunt $2^4 = 16$ numere. **2 p**
b) $1001 = 7 \cdot 11 \cdot 13$. **1 p**
Divizorii numărului 1001^{1001} sunt de forma $7^p \cdot 11^q \cdot 13^r$. **1 p**
Exponenții puterilor pot fi numere pare sau impare, în total $2^3 = 8$ variante posibile. Considerând 9 divizori, una dintre variante se va repeta. **1 p**
Înmulțind numerele corespunzătoare, exponenții factorilor produsului vor fi pari, deci acesta va fi pătrat perfect. **1 p**
4. Fie $\{E\} = AB \cap DC$.
Triunghiul ADE este echilateral. **2 p**
Triunghiurile ADB și EAC sunt congruente (U.L.U.). **2 p**
Rezultă că $EC = AB = 4$ cm. **2 p**
Deci $AB = DE = DC + CE = 11$ cm. **1 p**