

LICEU

Clasa a IX-a

S:L25.97. Se consideră familia de funcții de gradul al doilea $f_m : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $f_m(x) = mx^2 + 2(m-1)x + m - 2$, unde $m \in \mathbb{R}^*$. Arătați că vârfurile parabolilor asociate funcțiilor f_m se găsesc pe o dreaptă.

Clasa a X-a

S:L25.113. Într-o sală de clasă sunt 10 elevi: 5 fete și 5 băieți. Aceștia sunt așezați la întâmplare, câte doi într-o bancă, în cele 5 bănci.

- În câte moduri pot fi așezați elevii în bănci ?
- Dacă, în plus, se cere ca în fiecare bancă să stea o fată și un băiat, care este numărul modurilor de așezare?

Clasa a XI-a

S:L25.132. Matricea $A \in \mathcal{M}_3(\mathbb{R})$, $A \neq O_3$, are proprietatea că există o matrice inversabilă $B \in \mathcal{M}_3(\mathbb{R})$ astfel încât $AB + BA = O_3$.

Demonstrați că funcția $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = \det(xI_3 - A)$ este impară.

Mihai Piticari și Vladimir Cerbu, Câmpulung Moldovenesc

Clasa a XII-a

S:L25.142. Fie $x_1, x_2, x_3 \in \mathbb{C}$ rădăcinile ecuației $4x^3 - 4x^2 + 12x - 1 = 0$. Arătați că

$$(\operatorname{Re} x_1)^2 + (\operatorname{Re} x_2)^2 + (\operatorname{Re} x_3)^2 < \frac{51}{100}.$$

Titu Zvonaru, Comănești