

LICEU

Clasa a IX-a

S:L24.325. În exteriorul triunghiului ABC se consideră punctele M, N, P, Q, R, S , astfel încât $\{A\} = (MC) \cap (NB)$, $\{B\} = (RA) \cap (SC)$ și $\{C\} = (PB) \cap (QA)$. Dacă $AM = AN = BC$, $BS = BR = AC$ și $CP = CQ = AB$, demonstrați că triunghiurile MPR și NQS au același centru de greutate dacă și numai dacă triunghiul ABC este echilateral.

* * *

Clasa a X-a

S:L24.340. La o masă rotundă sunt așezați n copii, unde $n \in \mathbb{N}$, $n \geq 2$.

a) Determinați valorile lui n pentru care putem distribui câte o bilă albă sau neagră fiecărui copil, astfel încât oricare doi vecini să aibă bile de culori diferite.

b) Determinați valorile lui n pentru care putem distribui câte una, două sau trei bile albe fiecărui copil, astfel încât fiecare copil să aibă împreună cu cei doi vecini ai săi exact cinci bile.

* * *

Clasa a XI-a

S:L24.349. Fie funcțiile $f, g : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ cu proprietatea că $f(x) \leq g(x)$, pentru orice $x \in \mathbb{Q}$. Rezultă că $f(x) \leq g(x)$, pentru orice $x \in \mathbb{R}$, dacă:

a) f și g sunt crescătoare?

b) f și g sunt continue?

IMC, 2009

Clasa a XII-a

S:L24.356. Pe mulțimea nevidă M se definește o operație asociativă notată multiplicativ. Dacă există $a \in M$ astfel încât funcția $f : M \rightarrow M$, $f(x) = axa$ să fie surjectivă, demonstrați că (M, \cdot) este monoid.

* * *