

LICEU

Clasa a IX-a

S:L22.129. Pentru orice colorare a planului cu trei culori, arătați că există un segment de lungime 1, cu capetele la fel colorate.

* * *

Clasa a X-a

S:L22.132. Arătați că, dacă n și k sunt două numere naturale astfel încât $n \geq k + 3$, atunci coeficienții binomiali $C_n^k, C_n^{k+1}, C_n^{k+2}, C_n^{k+3}$ nu pot fi termeni consecutivi ai unei progresii aritmetice.

* * *

Clasa a XI-a

S:L22.148. O mașină parcurge un drum de 400 km într-un timp de 8 ore. Arătați că există un interval de timp de exact o oră în care mașina a parcurs exact 50 de km. (*Se consideră că funcția distanță este continuă în raport cu timpul*)

* * *

Clasa a XII-a

S:L22.160. Fie G o mulțime finită de matrice din $M_n(\mathbb{R})$, unde $n \geq 2$, care formează un grup împreună cu operația de înmulțire a matricelor cu elemente reale. Arătați că suma matricelor din G are urma un număr întreg.

Mihai Piticari, Câmpulung Moldovenesc