

LICEU

Clasa a IX-a

S:L22.48. Se consideră șirul $(p_n)_{n \geq 1}$ cu $p_1 = 2$, iar pentru orice $n \geq 2$, p_n este cel mai mare număr prim care divide numărul $1 + p_1 p_2 \dots p_{n-1}$. Arătați că 11 nu este termen al acestui șir.

Dinu Șerbănescu, București

Clasa a X-a

S:L22.59. Fie $n \in \mathbb{N}^*$ cu proprietatea că suma produselor cifrelor multiplilor lui 3 de n cifre reprezintă o treime din suma produselor cifrelor tuturor numerelor de n cifre. Demonstrați că n este multiplu de 3.

Cristi Săvescu, Focșani

Clasa a XI-a

S:L22.68. Fie $n \in \mathbb{N}$, $n \geq 3$. Notăm cu \mathcal{M} mulțimea matricelor din $\mathcal{M}_n(\mathbb{N})$ care au n elemente egale cu 1, n elemente egale cu 2, \dots , n elemente egale cu n . Arătați că:

- (a) pentru orice $r \in \{1, 2, \dots, n\}$ există $X \in \mathcal{M}$ cu $\text{rang} X = r$.
- (b) pentru $n = 4$, există matricile $A, B \in \mathcal{M}$, astfel încât $\text{rang} A = 2$, $\text{rang} B = 3$, iar $A + B$ este inversabilă.

Dana Heuberger, Baia Mare

Clasa a XII-a

S:L22.78. Fie A un inel finit comutativ. Știind că ecuația $x^2 = 1$ are suma soluțiilor nenulă, arătați că aceasta are cel mult două soluții.

* * *