

## LICEU

### Clasa a IX-a

**S:L22.247.** Arătați că, pentru orice  $n, k \geq 1$ , există un multiplu al lui  $n$  care are suma cifrelor  $kn$ .

*Mihail Bălună, București*

### Clasa a X-a

**S:L22.260.** Fie  $n \geq 2$  un număr natural și  $a_1, a_2, \dots, a_{n-1} \in [0, 1]$ . Știind că numărul  $z \in \mathbb{C}$  verifică egalitatea  $z^n + a_{n-1}z^{n-1} + \dots + a_1z + a_0 = 0$ , arătați că  $\operatorname{Re}(z) < \frac{1+\sqrt{5}}{2}$ .

*Bogdan Enescu, Buzău*

### Clasa a XI-a

**S:L22.268.** Fie  $A, B \in \mathcal{M}_2(\mathbb{C})$  și  $n \in \mathbb{N}^*$  fixat cu proprietatea

$$A^n B^n = B^n A^n.$$

Demonstrați că  $(A^n B^p - B^p A^n)(A^q B^n - B^n A^q) = O_2$ , oricare ar fi  $p, q \in \mathbb{N}^*$ .

*Marian Andronache, București*

### Clasa a XII-a

**S:L22.273.** a) Arătați că grupurile  $(\mathbb{R}, +)$  și  $((0, \infty), \cdot)$  sunt izomorfe.  
b) Arătați că grupurile  $(\mathbb{R}, +)$  și  $(\mathbb{R}^*, \cdot)$  nu sunt izomorfe.

\* \* \*